

НЕПЕРЕРВНІ ФОРМИ МАТЕМАТИЧНИХ ОПИСІВ НАПІРНИХ ЯЩИКІВ ІЗ ПОВІТРЯНОЮ ПОДУШКОЮ

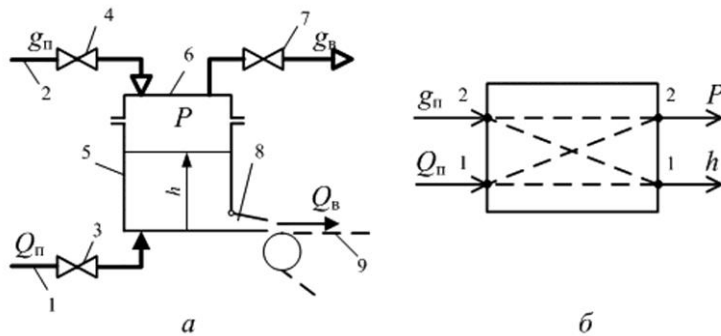
Розроблено математичні описи напірних ящиків папероробних машин як об'єктів керування. Напірний ящик описано системою лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь, передавальними функціями за двома прямими й двома перехресними каналами, системою векторно-матричних рівнянь та імпульсними перехідними функціями

Ключові слова: папероробна машина, напірний ящик із повітряною подушкою, математичний опис.

© Жученко А. І., Піргач М. С., Жураковський Я. Ю., 2016.

Постановка задачі. Система автоматичного керування (САК) напірним ящиком із повітряною подушкою (НЯ з ПП) є однією із складових автоматизованої системи управління технологічним процесом (АСУТП) виробництва паперу [4]. Наявність такої САК дозволяє не лише стабілізувати технологічний режим роботи папероробної машини (ПРМ), але й здійснювати автоматизоване переведення ПРМ з одного режиму роботи на інший. Для побудови системи потрібно мати її математичний опис.

Метою статті є створення математичного опису напірного ящика з повітряною подушкою.



1 – трубопровід маси низької концентрації; 2 – трубопровід стисненого повітря; 3, 4, 7 – регулювальні органи; 5 – напускна камера; 6 – повітряна подушка; 8 – випускова щілина; 9 – сітка

Рис. 1 – Напірний ящик із повітряною подушкою:
а – принципова схема; б – загальна структурна схема

Для якісного формування паперового полотна на сітці необхідно, щоб $\alpha = v_m/v_c = 0,85..0,93$, де v_c – швидкість сітки. Для виконання цього співвідношення слід стабілізувати швидкість маси крізь щілину, оскільки швидкість сітки машини підтримується дуже точно. Оскільки швидкість маси залежить від напору, то для її стабілізації слід стабілізувати рівень маси у напускній камері й тиск повітря у ПП.

Рівень маси у напускній камері залежить від витрати маси Q_n , що подають до напускної камери, й витрати повітря, що підводиться (g_n) й відводиться (g_b) із ПП. Тиск повітря у ПП залежить від витрати повітря, що підводиться й відводиться із ПП, а також швидкості зміни рівня маси в напускній камері. Таким чином, в ОК, що розглядається, маємо два прямих канали (рис. 1, б): «витрата маси Q_n – рівень маси h » (канал 11) і «витрата повітря g_n – тиск повітря P » (канал 22), а також два перехресних канали: «витрата маси Q_n – тиск повітря P » (канал 12) і «витрата повітря g_n – рівень маси h » (канал 21).

Опис напірного ящика системою диференціальних рівнянь. НЯ з ПП як ОК рівнем маси й тиском повітря можна подати як систему двох лінійних неоднорідних рівнянь першого порядку [2, 3]:

$$\begin{cases} T_{11} dy_1/dt + y_1(t) = k_{11}u_1(t) - k_{12}y_2(t); \\ T_{22} dy_2/dt + y_2(t) = k_{21}dy_1/dt + k_{22}u_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

де $y_1(t)$ – рівень маси в напускній камері; $y_2(t)$ – тиск повітря у ПП; $u_1(t)$ – витрата маси, що подається у напускну камеру; $u_2(t)$ – витрата повітря, що подається у ПП.

Стала часу напускної камери $T_{11} = 2FH_0/Q_b^0$, де F – площа поверхні маси у напускній камері; H_0 – заданий напір; Q_b^0 – задана витрата маси крізь щілину. Коефіцієнт підсилення прямого каналу 11 $k_{11} = 2H_0/Q_b^0$, перехресного каналу 12 $k_{12} = m$.

Стала часу повітряної подушки $T_{22} = g^*_0/g^0_b$, де g^*_0 і g^0_b – задані кількості повітря у ПП й того, що проходить крізь ПП. Коефіцієнт підсилення прямого каналу 22 $k_{22} = P_0/g^0_b$, де P_0 – заданий тиск повітря у ПП. Коефіцієнт підсилення перехресного каналу 21 $k_{21} = (FP_0/V_n^0)T_{22}$, де V_n^0 – об'єм ПП.

Аналіз сталої часу ПП свідчить, що збільшення витрати повітря, що проходить крізь ПП, зменшує її інерційність. Те ж можна сказати і про коефіцієнт підсилення каналу 12: більше значення об'єму ПП зменшує цей коефіцієнт, а отже й вплив швидкості зміни рівня маси на тиск повітря у ПП.

Опис напірного ящика матрицею передавальних функцій. Система диференціальних рівнянь (1) в операційній формі має вигляд [1]:

$$\begin{cases} (T_{11}p+1)y_1(p) = k_{11}u_1(p) - k_{12}y_2(p); \\ (T_{22}p+1)y_2(p) = k_{21}p \cdot y_1(p) + k_{22}u_2(p), \end{cases}$$

де $y_1(p)$ і $y_2(p)$ – зображення за Лапласом першої (рівень маси) і другої (тиск повітря) вихідних змінних; $u_1(p)$ і $u_2(p)$ – зображення за Лапласом першої (витрата маси) і другої (витрата повітря) дій керування; p – оператор Лапласа.

За цією системою побудовано структурну схему НЯ з ПП (рис. 2). Її аналіз свідчить, що між рівнем маси $y_1(t)$ в напускній камері й тиском повітря $y_2(t)$ в ПП існує зв'язок через перехресні канали 12 і 21, що утворюють внутрішній контур взаємозв'язку між згаданими параметрами. Якщо, скажімо, тиск повітря $y_2(t)$ у ПП зменшиться, то рівень маси $y_1(t)$ у напускній камері збільшиться. На зміну тиску повітря в ПП впливає не зміна рівня маси в напускній камері, а зміна швидкості dy_1/dt . В усталеному режимі роботи САК НЯ, коли $t \rightarrow \infty$ ($p \rightarrow 0$), контур розмикається, у динамічному режимі – замикається. Щоб урахувати вплив контура, потрібно мати передавальні функції прямих 11 і 22 та перехресних 12 і 21 каналів.

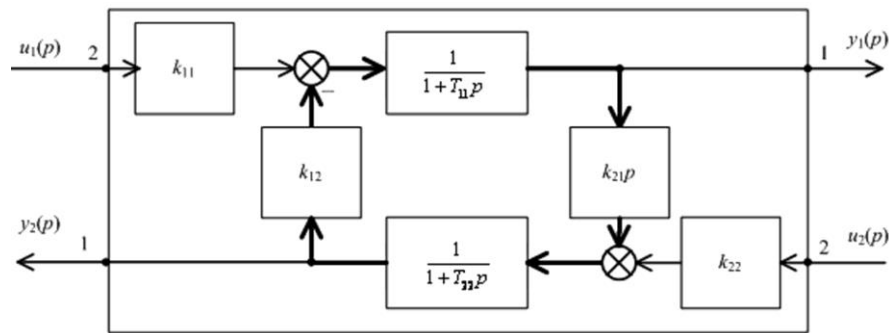


Рис. 2 – Структурна схема напірного ящика з повітряною подушкою як об'єкта керування рівнем маси у напускній камері й тиском повітря в повітряній подушці

Для визначення передавальних функцій каналів 12 і 21 підставимо перше рівняння системи диференціальних рівнянь у друге:

$$\frac{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}{1+T_{22}p} y_1(p) = k_{11}u_1(p) - \frac{k_{12}k_{22}}{1+T_{22}p} u_2(p).$$

Тоді передавальна функція каналу 11 $g_{11}(p) = \frac{y_1(p)}{u_1(p)} = \frac{k_{11}(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}$.

Передавальна функція каналу 21 $g_{12}(p) = \frac{y_1(p)}{u_2(p)} = -\frac{k_{12}k_{22}}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}$.

Для визначення передавальних функцій каналів 22 і 12 підставимо друге рівняння системи диференціальних рівнянь у перше:

$$\frac{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}{1+T_{11}p} y_2(p) = k_{22}u_2(p) - \frac{k_{11}k_{21}}{1+T_{11}p} pu_1(p).$$

Тоді передавальна функція каналу 22 $g_{22}(p) = \frac{y_2(p)}{u_2(p)} = \frac{k_{22}(1+T_{11}p)}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}$.

Передавальна функція каналу 12 $g_{21}(p) = \frac{y_2(p)}{u_1(p)} = \frac{k_{11}k_{21}p}{(1+T_{11}p)(1+T_{22}p) + k_{12}k_{21}p}$.

Таким чином, НЯ з ПП як ОК рівнем маси у напускній камері і тиском повітря у ПП подається чотирма передавальними функціями або, у векторно-матричній формі, рівнянням $\underline{Y}(p) = [G(p)]\underline{U}(p)$, де

$\underline{Y}(p) = [y_1(p), y_2(p)]^T$ – вектор вихідної змінної 2×1 ; $G(p) = \begin{bmatrix} g_{11}(p) & g_{12}(p) \\ g_{21}(p) & g_{22}(p) \end{bmatrix}$ – матриця передавальних

функцій 2×2 ; $\underline{U}(p) = [u_1(p), u_2(p)]^T$ – вектор вхідної змінної 2×1 .

Опис напірного ящика системою, що складається з векторно-матричного рівняння параметрів стану системи і рівняння вихідної змінної системи. Нехай $y_1(t) \sim x_1$, а $y_2(t) \sim x_2$. Будемо вважати, що x_1 і x_2 – це параметри стану. Тоді систему диференціальних рівнянь (1) можна подати так:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{T_{11}}x_1 - \frac{k_{12}}{T_{11}}x_2 + \frac{k_{11}}{T_{11}}u_1; \\ \dot{x}_2 = -\frac{k_{21}}{T_{11}T_{22}}x_1 - \frac{T_{11} + k_{12}k_{21}}{T_{11}T_{22}}x_2 + \frac{k_{11}k_{21}}{T_{11}T_{22}}u_1 + \frac{k_{22}}{T_{22}}u_2, \end{cases}$$

або, у вигляді векторно-матричного рівняння параметрів стану [1], $\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t)$, де $\underline{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ – вектор параметрів стану 2×1 ; $\underline{u}(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T$ – вектор дій керування 2×1 ;

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{11}} & -\frac{k_{12}}{T_{11}} \\ -\frac{k_{21}}{T_{11}T_{22}} & -\frac{T_{11} + k_{12}k_{21}}{T_{11}T_{22}} \end{bmatrix} \text{ – матриця параметрів стану } 2 \times 2; B = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}}{T_{11}} & 0 \\ \frac{k_{11}k_{21}}{T_{11}T_{22}} & \frac{k_{22}}{T_{22}} \end{bmatrix} \text{ – матриця керування } 2 \times 2.$$

Будемо вважати, що керованою змінною у НЯ з ПП є швидкість витікання маси крізь випускову щілину. Тоді відхилення швидкості маси $\Delta v_i = k_{31}\Delta h + k_{32}\Delta P$, де $k_{31} = v_0^0/(2H_0)$, $k_{32} = k_{12}k_{31}$. Оскільки $h(t) \sim y_1(t) \sim x_1(t)$, $P(t) \sim y_2(t) \sim x_2(t)$, а $v_M \sim y(t)$, то $y(t) = C\underline{x}(t)$, де $C = [k_{31}, k_{32}]$ – вектор вимірювання 1×2 .

Опис напірного ящика матрицею імпульсних перехідних функцій. Передавальним функціям відповідають чотири диференціальних рівняння

$$\begin{aligned} a_2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + a_1 \frac{dy_1}{dt} + a_0 y_1(t) &= k_{11} T_{22} \frac{du_1}{dt} + k_{11} u_1(t); & a_2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + a_1 \frac{dy_1}{dt} + a_0 y_1(t) &= -k_{12} k_{22} u_2(t); \\ a_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + a_1 \frac{dy_2}{dt} + a_0 y_2(t) &= k_{22} T_{11} \frac{du_2}{dt} + k_{22} u_2(t); & a_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + a_1 \frac{dy_2}{dt} + a_0 y_2(t) &= k_{11} k_{21} \frac{du_1}{dt}, \end{aligned}$$

де $a_2 = T_{11}T_{22}$; $a_1 = T_{11} + T_{22} + k_{12}k_{21}$; $a_0 = 1$.

Розв'язки цих рівнянь у разі подачі на входи каналів 11, 12, 21 і 22 одиничних стрибкоподібних вхідних дій $u_1(t)$ і $u_2(t)$ є перехідними функціями (ПФ) $y_1(t)$ каналів 11 і 21 та ПФ $y_2(t)$ каналів 12 і 22. Оскільки імпульсна перехідна функція (ППФ) – це перша похідна від ПФ, то матриця ППФ НЯ з ПП

$$G(p) = \begin{bmatrix} g_{11}(p) & g_{12}(p) \\ g_{21}(p) & g_{22}(p) \end{bmatrix},$$

де $g_{11}(t)$, $g_{12}(t)$, $g_{21}(t)$ і $g_{22}(t)$ – ПФ каналів 11, 12, 21 і 22 відповідно.

Наведені вище диференціальні рівняння можна подати так:

$$1) T_2^2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + T_1 \frac{dy_1}{dt} + y_1(t) = k_{11} \left[T_{22} \frac{du_1}{dt} + u_1(t) \right], \text{ де } T_2^2 = a_2; T_1 = a_1, \text{ або, в операційній формі}$$

$$(T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_1(p) = k_{11} (T_{22} p + 1) u_1(p), \text{ де } T_3 = 1/2(T_1 + \sqrt{T_1^2 - 4T_2^2}); T_4 = 1/2(T_1 - \sqrt{T_1^2 - 4T_2^2}); T_3 \geq T_4.$$

Отже, для каналу 11 $g_{11}(p) = \frac{k_{11}(T_{22}p + 1)}{(T_3p + 1)(T_4p + 1)}$, $y_1(t) = k_{11} [1 + C_1 e^{-\alpha_1 t} + C_2 e^{-\alpha_2 t}]$, де $\alpha_1 = 1/T_3$; $\alpha_2 = 1/T_4$;

$$C_1 = \frac{T_{22} - T_3}{T_3 - T_4}; C_2 = \frac{T_4 - T_{22}}{T_3 - T_4}. \text{ ППФ каналу 11 } g_{11}(t) = -k_{11} [\alpha_1 C_1 e^{-\alpha_1 t} + \alpha_2 C_2 e^{-\alpha_2 t}];$$

$$2) (T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_1(p) = -k_{12} k_{22} u_2(p). \text{ Отже, для каналу 21 } g_{12}(p) = -\frac{k_{12} k_{22}}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)};$$

$$g_{12}(t) = k_{12} k_{22} [\alpha_1 C_3 e^{-\alpha_1 t} + \alpha_2 C_4 e^{-\alpha_2 t}], \text{ де } C_3 = \frac{-T_3}{T_4 - T_3}; C_4 = \frac{T_4}{T_3 - T_4};$$

$$3) (T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_2(p) = -k_{22} (T_{22} p + 1) u_2(p). \text{ Отже, для каналу 22 } g_{22}(p) = \frac{k_{22} (T_{22} p + 1)}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)};$$

$$g_{22}(t) = -k_{22} [\alpha_1 C_1 e^{-\alpha_1 t} + \alpha_2 C_2 e^{-\alpha_2 t}];$$

$$4) (T_3 p + 1)(T_4 p + 1) y_2(p) = k_{11} k_{21} p u_1(p). \text{ Отже, для каналу 12 } g_{21}(p) = \frac{k_{11} k_{21}}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}.$$

$$g_{21}(t) = -k_{11} k_{21} C_5 [e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}], \text{ де } C_5 = \frac{1}{T_3 - T_4}.$$

Висновки. Напірний ящик із повітряною подушкою як об'єкт керування рівнем маси в напускній камері й тиском повітря в повітряній подушці (отже швидкістю маси крізь випускову щілину) можна описати:

– системою, що складається з двох лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку, що описують динамічні процеси в напускній камері й повітряній подушці;

– чотирма передавальними функціями за двома прямими («витрата маси в напускній камері – рівень маси» і «витрата повітря у повітряній подушці – тиск повітря») і двома перехресними каналами («витрата маси в напускній камері – тиск повітря в повітряній подушці» і «витрата повітря в повітряній подушці – рівень маси в напускній камері»). При цьому в динамічному режимі роботи напірного ящика між рівнем маси в камері і тиском повітря в подушці існує зв'язок через перехресні канали;

– системою векторно-матричних рівнянь, що складається з рівнянь стану системи (рівень маси й тиск повітря у повітряній подушці) і вихідної змінної системи (швидкість маси крізь випускову щілину).

– чотирма ПФ за двома прямими й двома перехресними каналами.

Подальші дослідження стосуватимуться розроблення дискретних форм опису напірних ящиків із повітряною подушкою як об'єктів керування швидкістю витоку маси крізь випускову щілину.

Список використаної літератури

1. *Жученко А. І.* Математичні моделі цифрових систем керування / А. І. Жученко. – К. : ІЗМН, 1997. – 238 с.
2. *Пиргач Н. С.* Математическое описание напускных камер напорных ящиков быстроходных бумаго- и картоноделательных машин / Н. С. Пиргач // Сб. науч. тр. УкрНИИБ. – 1972. – Вып. 15. – С. 103–113.
3. *Пиргач Н. С.* Математическое описание систем воздушноснабжения напорных ящиков высокого давления / Н. С. Пиргач // Сб. науч. тр. УкрНИИБ. – 1970. – Вып. 13. – С. 121–141.
4. *Справочник по автоматизации целлюлозно-бумажных предприятий* / Э. В. Цешковский, Н. С. Пиргач, Г. Д. Ерашкин и др. – М. : Лесн. пром-ть, 1989. – 368 с.

Надійшла до редакції 19.11.2015