

ДВОЙНОС Я. Г., к.т.н., ст. викл.; СОКОЛЬСЬКИЙ О. Л., к.т.н., доц.; ІВЦЬКИЙ І. І., аспірант
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

УТОЧНЕНА МЕТОДИКА ОБРОБЛЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ КАПІЛЯРНОЇ ВІСКОЗИМЕТРІЇ

Проаналізовано течію рідини в циліндричному каналі з урахуванням її неньютонівської поведінки, запропоновано новий алгоритм і програму оброблення даних капілярної віскозиметрії з метою розрахунку параметрів моделі степеневі реологічної залежності.

Ключові слова: капілярна віскозиметрія, розплав полімеру, формувальний інструмент, математична модель.

© Двойнос Я. Г., Сокольський О. Л., Івцький І. І., 2015.

Постановка проблеми та аналіз попередніх досліджень. Відомі методики [1, 2] оброблення експериментальних даних капілярної віскозиметрії з урахуванням неньютонівської поведінки полімерів, та

отримання їхніх реологічних параметрів базуються на рівнянні $Q = \frac{\pi n R^3}{3n+1} \left(\frac{R \Delta P}{2LK} \right)^{1/n}$, де R – радіус капіляра,

m ; L – довжина каналу, m ; Q – об’ємна витрата розплаву, m^3/c ; ΔP – перепад тиску за довжиною каналу, Pa . Це рівняння має дві невідомі – K і n , тому під час двох експериментів визначають дві пари значень Q і ΔP , записують систему з двох рівнянь і розв’язують її, наприклад за допомогою пакета MathCAD. Невирішеною частиною проблеми є відсутність методики оброблення серії експериментів на капілярному віскозиметрі, що дозволяє одержати окремий розв’язок для кожного експерименту й загальний для їхньої серії.

Метою статті є дослідження течії неньютонівської рідини в циліндричному каналі з розробленням нового алгоритма й програми інженерного розрахунку її реологічних параметрів.

Виклад основного матеріалу. Рівняння рівноваги елементарного об’єму розплаву в перерізі циліндричного каналу (рис. 1): $F_1 - F_2 - F_3 = 0$, де $F_1 = P(z)\pi R$ і $F_2 = \left[P(z) + \frac{dP}{dz} dz \right] \pi R^2$ – сили від нормальних напружень, спричинених гідростатичним тиском, $F_3 = \tau_{z\rho}|_{\rho=R} 2\pi R dz$ – сила від дотичного напруження на стінках елементарного об’єму.

Припустимо, що: реологічні властивості рідини достатньо точно описуються степеневим законом; рідина є нестисною, а її рух – ламінарним і усталеним; втрати тиску на ефектах входу/виходу з канал відсутні; форма перерізу каналу та його розміри є сталими; течія є ізотермічною; відсутній теплообмін крізь стінку каналу та саморозігрів розплаву дисипацією; відсутнє проковзування полімеру на стінках каналу.

Визначимо дотичні сили на елементарному об’ємі, який виокремимо з попереднього довільним радіусом r (рис. 2). Рівняння рівноваги для цього об’єму: $F_{1new} - F_{2new} - F_3 + F_4 = 0$, де $F_{1new} = P(z)\pi(R^2 - r^2)$ і

$F_{2new} = \left[P(z) + \frac{dP}{dz} dz \right] \pi(R^2 - r^2)$ – сили від нормальних напружень, спричинених гідростатичним тиском;

$F_4 = \tau_{z\rho}|_{\rho=r} 2\pi R dz$ – сила від дотичних напружень між шарами рідини на відстані r від центра.

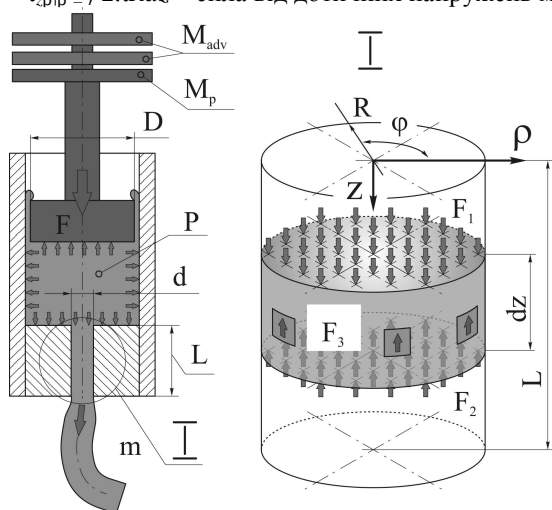


Рис. 1 – Модель течії неньютонівської рідини в циліндричному каналі капілярного віскозиметра

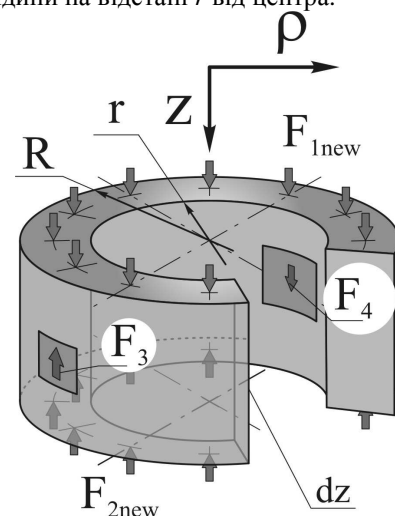


Рис. 2 – Сили, що діють на елементарний об’єм на відстані r від центра

Якщо позначити $A = \frac{dP}{dz} = \frac{DP}{L}$, дотичне напруження на внутрішній поверхні нового елементарного

об'єму $\Phi_z|_{c=r} = \frac{Ar}{2}$, а зворотна реологічна залежність $\tau_z(c) = \frac{dW_z(c)}{dc} = \sqrt[n]{\frac{\Phi_z(c)}{K}} = \sqrt[n]{\frac{Ar}{2K}}$, де τ – дотичне

напруження у розплаві, Па; K – коефіцієнт консистентності, сталий за заданої температури, Па · сⁿ; γ – швидкість зсуву розплаву, с⁻¹; n – показник степеня неньютонівської поведінки.

Проінтегрувавши цю залежність, визначимо швидкість потоку в циліндричному каналі на довільній відстані від його центра

$$W_z(c) = \int_{c=R}^{c=c} \sqrt[n]{\frac{Ac}{2K}} dc = \left| W_z \right|_{c=R} = 0 = \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \sqrt[n]{\frac{Ac}{2K}} \left(R^{\frac{1}{n}+1} - c^{\frac{1}{n}+1} \right) = D - Bc^{\frac{1}{n}+1}, \text{ де } B = \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \sqrt[n]{\frac{Ac}{2K}} \text{ і } D = \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \sqrt[n]{\frac{Ac}{2K}} R^{\left(\frac{1}{n}+1\right)}.$$

Об'ємна витрата крізь циліндричний канал:

$$V_z(K) = 2p \int_{c=R}^{c=0} c W_z(c) dc = 2p \int_{c=R}^{c=0} c \left(D - Bc^{\frac{1}{n}+1} \right) dc = 2p \left[D \frac{R^2}{2} - \frac{B}{\left(\frac{1}{n}+3\right)} R^{\frac{1}{n}+3} \right] = \frac{pnR^3}{3n+1} \left(\frac{RDP}{2LK} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Розв'язком рівняння є функція $V_{\text{theor}} = f(n, K)$ (рис. 3).

Знайдемо K як функцію від n для кожного експерименту: $K = f_{\text{онт}}(n) = \min |f(K, n) - V_{\text{екс}}|$. На рис. 4 зображено чотири такі функції для чотирьох експериментів, взятих для прикладу. Точка їхнього перетину є дозволяє визначити реологічні параметри n і K для серії експериментів.

Нижче наведено програму оброблення даних капілярної віскозиметрії в пакеті MathCAD і приклад розрахунку для розплаву полістиролу загального призначення.

Експериментальні дані:

Густина розплаву, кг/м³

Діаметр поршня, м

Довжина сопла, м

Кількість вимірювань, шт.

Маса вантажів, кг

Час вимірювань, с

Діаметр отвора сопла, м

Маса продавленого розплаву, кг

$\rho_0 := 870$

$D := 0.00948$

$L := 0.008$

$\text{Dosl} := 4 \quad i := 1 .. \text{Dosl}$

$M_1 := 2.87 \quad M_2 := 4.49 \quad M_3 := 5.69 \quad M_4 := 6.69$

$\tau_1 := 600 \quad \tau_2 := 600 \quad \tau_3 := 600 \quad \tau_4 := 600$

$d := 0.0012$

$m_1 := 0.000052 \quad m_2 := 0.000136$

$m_3 := 0.000211 \quad m_4 := 0.00028$

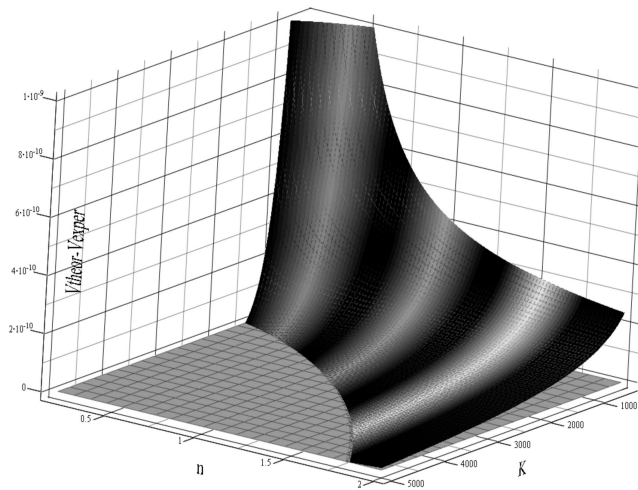


Рис. 3 – Графічне зображення функції $|V(n, K) - V_{екс}|$

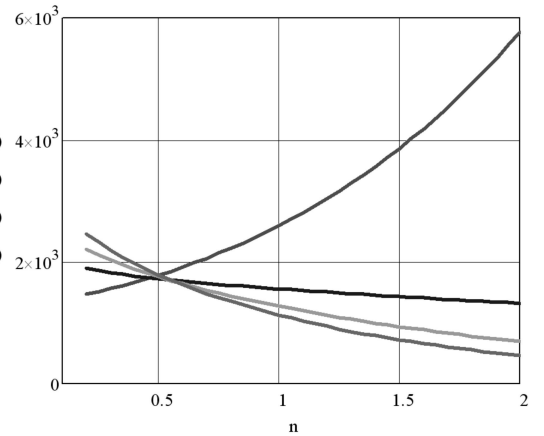


Рис. 4 – Графічне зображення функції $K = f_{опт}(n)$

Тиск перед соплом, Па $P_i = \frac{4M_i}{\pi D^2}$ Витрата розплаву крізь сопло, м³/с $V_i = \frac{M_i}{c \cdot \phi}$
 Радіус отвору сопла, м $R = \frac{D}{2}$ Для чотирьох експериментів $i=1..4$

$$A_i := \frac{P_i}{L_i} \quad fB(K, n, i) := \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left(\frac{A_i}{2K} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \quad fD(K, n, i) := \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \left[R^{\left(\frac{1}{n} + 1\right)} \right] \left(\frac{A_i}{2K} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)}$$

$$fWz := fD(K, n, i) - fB(K, n, i) \cdot c^{\left(\frac{1}{n} + 1\right)} \quad fV(K, n, i) := \frac{pnR^3}{3n + 1} \left(\frac{RA_i}{2K} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)}$$

Коефіцієнт консистентності $K := 10$ $K0(n, i) := \text{root}(fV(K, n, i) - V_i)$
 Відстань між кривими (відшукати перетин кривих)

$$\begin{aligned} KOS1(n) &:= \sqrt{K0(n, 1)^2 - K0(n, 2)^2} & KOS2(n) &:= \sqrt{K0(n, 1)^2 - K0(n, 4)^2} & KOS3(n) &:= \sqrt{K0(n, 1)^2 - K0(n, 3)^2} \\ KOS4(n) &:= \sqrt{K0(n, 2)^2 - K0(n, 3)^2} & KOS5(n) &:= \sqrt{K0(n, 2)^2 - K0(n, 4)^2} & KOS6(n) &:= \sqrt{K0(n, 4)^2 - K0(n, 3)^2} \\ KOS7(n) &:= \sqrt{K0(n, 1)^2 - K0(n, 2)^2} \end{aligned}$$

$$fKOS(n) := KOS1(n)^2 + KOS2(n)^2 + KOS3(n)^2 + KOS4(n)^2 + KOS5(n)^2 + KOS6(n)^2 + KOS7(n)^2$$

Пошук мінімуму (найближчого розташування кривих K-n кожного експерименту)

$$n := 1 \quad P := 0.503 \quad P := \text{Minimize}(fKOS, n) \quad n := P \quad i := 1 .. Dosl \quad K := 10$$

$$K0(n, i) := \text{root}(fV(K, n, i) - V_{екс, i}, K) \quad KOST := \frac{1}{Dosl} \sum_{i=1}^{Dosl} K0(n, i)$$

Визначені коефіцієнт консистентності та показник ступеня нен'ютонівської поведінки:

$$KOST = 1.759 \times 10^3 \quad n = 0.503$$

Епюра швидкостей у каналі сопла за визначеними реологічними параметрами:

$$fWzn(c) := \begin{cases} fWz(c, KOST, n, 1) & \text{if } c > 0 \\ fWz(-c, KOST, n, 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Епюра швидкостей у каналі, коли $n = 1$ (ньютонівська рідина) – для порівняння епюр

$$KOST02 := K0(1, 1)$$

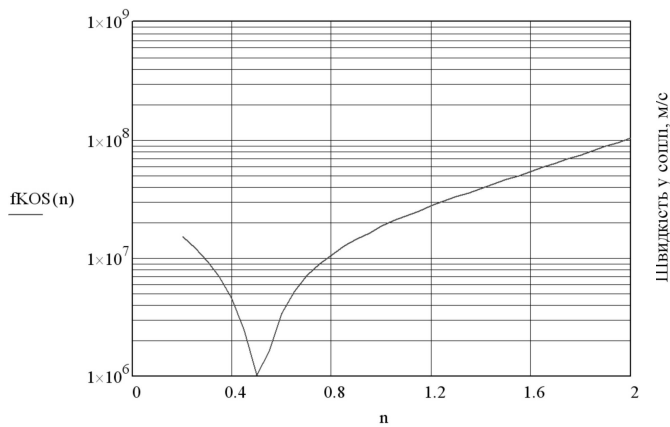


Рис. 5 – Графік відстані між кривими на рис. 4 у квадратах

Висновки. Нова методика оброблення даних капілярної віскозиметрії дозволяє опрацювати декілька експериментів одночасно, є адекватною і дозволяє відокремити експерименти, які зроблені з похибками, оскільки результати для кожного експерименту відображається окремою кривою.

Перспективи подальших досліджень. Створення методики розрахунку співвідношення пружних і в'язких деформацій на основі моделі Генкі з метою моделювання формувальних інструментів для екструзування спіненого полістиролу.

Список використаної літератури

1. Michaeli, W. (2003), *Extrusion Dies for Plastics and Rubber*, Hancer/Gardner Publications, Inc., Cincinnati.
Han, C. D. (1976), *Rheology in polymer Processing*, Academic press, New York, USA.

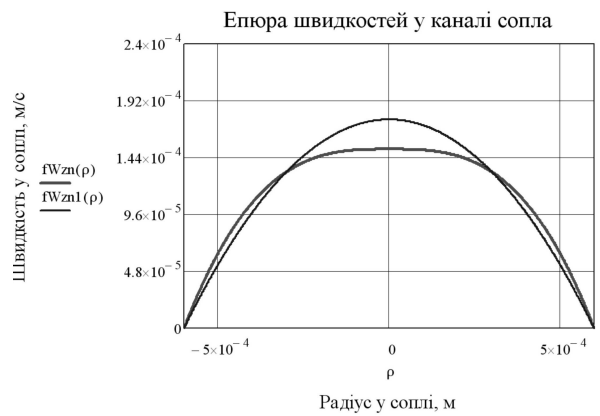


Рис. 6 – Епюри швидкостей: дійсна і з припущенням ньютонівської поведінки