УДК 681.3.06

ЖУЧЕНКО А. І., д.т.н., проф.; КАРВАЦЬКИЙ А. Я., д.т.н., проф.; ЦАПАР В. С., ст. викл.
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ СКЛОВАРІННЯ

Статтю присвячено створенню математичної моделі процесу скловаріння шляхом отримання математичних моделей окремих фізико-хімічних явищ, що відбуваються під час цього процесу. Розглянуті такі фізико-хімічні аспекти, як горіння палива, плавлення шихти, гідро- й газодинаміка розплаву скломаси та газового середовища, теплообмін у скловарній печі. Описані фізичні спрощення та припущення процесу скловаріння, а також початкові й межові умови.
Ключові слова: *скловаріння, математична модель, система рівнянь Нав'є-Стокса, плавлення шихти, рівняння радіаційного переносу.*

Постановка проблеми. Скловарна піч є складним технологічним об'єктом. Щоб забезпечити її неперервне функціонування в заданому режимі й потрібну якість готової продукції, необхідна ефективна система керування. Її розроблення пов'язано зі значними труднощами, зумовленими необхідністю проведення досліджень на діючій печі, що призводить до отримання браку та виникнення аварійних ситуацій, що є неприпустимим. Щоб уникнути цього, систему керування скловарної печі досліджують, використовуючи її математичну модель.

Основи математичного моделювання виробництва скла закладено у 1970-х, але прийняття їх промисловістю розпочалося в 1980-х і прискорилося в 1990-х, супроводжуючись стрімким розвитком сучасних числових методів, програмного забезпечення зі значними можливостями оброблення даних і здешевленням обчислювальної апаратури. Загальною науковою проблемою є отримання математичної моделі процесу скловаріння, яка б повною мірою відображала всі складові процесу.

Аналіз попередніх досліджень. Серед літератури з математичного моделювання процесу скловаріння, найбільш широко представлені праці, присвячені зональному розрахунку теплообміну випромінюванням [1], [2], [4]. У праці [3] одержано залежності між довжиною факела, його яскравістю й тепловим потоком. У працях [5, 7, 8] сформульовано вимоги до моделей і підкреслено теми, що потребують подальших досліджень. У праці [6] описано ключові явища варіння, випаровування на поверхні скломаси, іржавіння вогнетривкого покриття та узагальнено рівняння переносу.

Метою статті є розроблення феноменологічних математичних моделей процесу скловаріння, на основі яких можна побудувати загальну математичну модель.

Загальні підходи та основні припущення. Оскільки скловарні печі запускають і зупиняють із періодичністю 10…12 років, науковий і практичний інтерес має лише моделювання неперервного виробництва скла в усталеному режимі.

Враховуючи, що будь-яка математична модель відображає тільки певну частину (головну, з точки зору поставленої задачі) властивостей об'єкта моделювання, сформулюємо такі припущення, що будуть використані під час математичного моделювання: рух димових газів під склепінням печі та розплаву скла у ванні відбувається за рахунок примусу та природної конвекції; димові гази й розплав скла вважаються «сірими», випромінювальними, поглинальними, нерозсіювальними, нестискними середовищами (рідинами); внутрішні поверхні печі, що контактують із димовими газами й розплавом скла (склепіння і ванна), вважають дифузними; теплообмін у скловарній печі вважається радіаційно-конвективним; рух рідин вважається турбулентним та описується k-ε моделлю турбулентності; для врахування термогравітаційної (природної) конвекції у цих середовищах вибирається модель Буссинеска; межа «димові гази – розплав» є напівпрозорою для радіаційного теплообміну і спряженою за теплообміном між фазами газовою та розплавом; обмін кількістю руху між фазами не враховується, тобто зсувними напруженнями на цій межі нехтуємо; скловарна піч має по два вихідних і відхідних потоки за газом і розплавом, відповідно; огороджувальні конструкції печі, що контактують із навколишнім середовищем, не розглядаються, а враховуються певними термічними опорами і заданими межовими умовами конвективного типу (третього роду); утворенням хвиль на поверхні розплаву скла через їх малість нехтуємо, тобто модель вільної поверхні рідкого середовища (VOF) не розглядається.

Відповідно до фізичних уявлень про процеси, що відбуваються у скловарній печі, основою математичного моделювання можуть стати такі рівняння RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes equations – усереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса):

нерозривності

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0\,, \tag{1}$$

кількості руху

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial \tau} + \left(\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \right) \bar{\mathbf{v}} \right] = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \rho_0 \beta \left(\bar{T} - T_0 \right) \mathbf{g}\,, \tag{2}$$

енергії

$$\rho_0 c_p \left[\frac{\partial \overline{T}}{\partial \tau} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{v}} \overline{T} \right) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\lambda + c_p \eta_t \right) \nabla \overline{T} \right] - \nabla \cdot \overline{\mathbf{q}}_r + \text{€} : \nabla \overline{\mathbf{v}} + \overline{q}_v \,, \tag{3}$$

кінетичної турбулентної енергії

$$\rho_0 \left[\frac{\partial k}{\partial \tau} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{v}} k \right) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \eta_t G - \overline{\rho} \varepsilon; \tag{4}$$

дисипації кінетичної турбулентної енергії

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{v}} \varepsilon \right) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} \left(C_1 G - C_2 \rho \varepsilon \right) , \tag{5}$$

де ∇ – оператор Гамільтона, м$^{-1}$; $\overline{\mathbf{v}}$ – осереднений за Рейнольдсом вектор швидкості середовища, м/с; ρ_0 – густина за температури T_0, кг/м^3; T_0 – абсолютна температура відліку, К; τ – час, с; $\overline{T}$ – осереднена абсолютна температура, К; $\overline{p}$ – осереднений тиск, Па; $\text{€} = \left(\eta + \eta_t \right) \left[\nabla \overline{\mathbf{v}} + \overline{\mathbf{v}} \nabla \right] - 2/3 \rho_0 k$ або $\text{€} = 2 \left(\eta + \eta_t \right) \overset{\text{€}}{D} - 2/3 \rho_0 k$ – тензор другого рангу осереднених ефективних напружень, Па; η – в'язкість, Па · с; $\eta_t = C_\eta \rho k^2 / \varepsilon$ – турбулентна в'язкість, Па · с; k – турбулентна кінетична енергія, Дж/кг; ε – дисипація турбулентної кінетичної енергії, Дж/(кг · с); $\overset{\text{€}}{D} = 1/2 \left(\nabla \overline{\mathbf{v}} + \overline{\mathbf{v}} \nabla \right)$ – тензор другого рангу осередненої швидкості деформації, с$^{-1}$; C_η =0,09 – емпірична константа; β – коефіцієнт лінійного температурного розширення, К$^{-1}$; c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг · К); λ – теплопровідність, Вт/(м · К); $\nabla \cdot \overline{\mathbf{q}}_r = \kappa \left[\int\limits_{\Omega = 4\pi} I \left(\mathbf{s} \right) d\Omega - 4 n^2 \sigma \overline{T}^4 \right]$ – дивергенція густини радіаційного теплового потоку або об'ємна густина; Дж/м^3; q_r – вектор густини радіаційного теплового потоку, Вт/м^2; κ і n – коефіцієнт поглинання, м$^{-1}$, і показник заломлення, відповідно; Ω – тілесний кут, ср; σ – стала Стефана-Больцмана, Вт/(м^2 · К^4); $I(\boldsymbol{s})$ – інтенсивність випромінювання, Вт · с/(м^2 · ср), у напрямку $\boldsymbol{s}$, м, у тілесному куті $d\Omega$, що визначається із розв'язку рівняння переносу $\nabla \cdot \left[I \left(\mathbf{s} \right) \mathbf{s} \right] + \kappa I \left(\mathbf{s} \right) = \kappa n^2 \sigma \overline{T}^4 / \pi$; $\overline{q}_v$ – об'ємна густина внутрішнього джерела теплоти, що може бути пов'язана з хімічними реакціями чи джоулевою теплотою $\left(q_v = \chi \left| \nabla \phi \right|^2 \right)$, Вт/м^3; χ – електропровідність, (Ом · м)$^{-1}$; φ – електричний потенціал, В; $G = \eta_t \dot{\gamma}^2$ – джерело турбулентної кінетичної енергії від середнього градієнта швидкості або швидкості деформації, Вт/м^3; $\dot{g} = \sqrt{2 \overset{\text{€}}{D} : \overset{\text{€}}{D}}$ – модуль тензора середньої швидкості деформації, с$^{-1}$; (:) – оператор подвійного скалярного добутку; σ_k =1,0; σ_ε =1,0; C_1 =1,44; C_2 =1,92 – константи к–ε-моделі турбулентності. Риска над фізичними величинами означає їхнє осереднення за Рейнольдсом.

Розглянемо складові скловаріння поетапно.

Плавлення шихти. Детальний опис моделей плавлення шихти наведено в працях [9], [10]. У першій моделі емпірично визначено залежну від температури ступінь перетворення шихти на скло. Далі виведено характеристики джерела енергії залежно від ступіня перетворення й теплоти реакції. Друга модель основана на припущенні, що перетворення шихти на скло може бути представлене у вигляді узагальненої реакції. Після цього швидкість перетворення адекватно представляється за допомогою рівняння Ареніуса $\dot{R} = A_i T^m \exp\left[-E_a / \left(RT \right) \right] \gamma_i$, де $\dot{R}$ – витрата шихти; A_i – передекспоненційний множник; γ_i – масова частка вуглецю; T – температура; m – показник степеня температури; E_a – енергія активації; R – універсальна газова стала. У рамках цієї моделі склад чану зі склом містить дві рідкі фракції – шихту й розплавлене скло. Потім розв'язується рівняння переносу для знаходження масової частки шихти, а масова частка розплаву скла визначається, як 1 – γ_b. За такого підходу наводять відповідні термофізичні властивості шихти і розплаву скла та використовують принципи змішування для розрахунку ефективних властивостей у місцях співіснування шихти та розплаву. Якщо в шихті присутній склобій, додають відповідні потоки й рівняння переносу.

Додаткове нагрівання електричним струмом. Достатньо часто, щоб інтенсифікувати теплообмін у товщі скломаси, застосовують додаткові електронагрівники, які розташовують безпосередньо у скловарній печі. Рівняння, що описують підігрівання за їх допомогою:

$$\nabla \cdot \left(\sigma \left(T \right) \nabla \psi \right) = 0 \,, \; \mathbf{j} = -\sigma \left(T \right) \nabla \psi \,, \; q_v = \sigma \left(T \right) \left| \nabla \psi \right|^2 = \frac{\mathbf{j} \cdot \mathbf{j}}{\sigma \left(T \right)} \,,$$

де σ – питома електропровідність скломаси, (Ом · м)$^{-1}$, $\mathbf{j}$ – фазовий вектор густини електричного струму, А/м^2; q_v – об'ємна швидкість виділення джоулевої теплоти.

Барботаж. Щоб пришвидшити дегазацію й гомогенізацію скломаси, застосовують барботаж. Його моделюють у два етапи. На першому розраховують швидкість бульбашки, що спливає у скломасі,

$V_b = g(r_b)2\rho/(3\eta)$, де V_b – швидкість бульбашки, м/с; g – прискорення вільного падіння**,** м/с^2; r_b – радіус бульбашки, м; ρ і η – густина, кг/м^3, і в'язкість, Па · с, скломаси, відповідно.

На другому етапі, виходячи з припущення, що бульбашка рухається від дна до поверхні із швидкістю V_b, розраховують рівнодійну сил лобового опору на одиницю утвореного бульбашками об'єму $f_b = 4\pi\eta r_b V_b N/V$, де $N = Ch/V_b$ – кількість бульбашок у колонні; C – частота барботажу, с$^{-1}$; h – висота скловарного чану, м; V – загальний об'єм зони барботажу, м^3. Цю силу враховують у правій частині диференціальних рівнянь збереження руху.

Залежність в'язкості від швидкості зсуву й температури. Під час моделювання процесу скловаріння, часто не можна нехтувати неньютонівським рухом рідини (залежністю в'язкості від швидкості зсуву). Найпростіший варіант – застосовувати рівняння (4)–(5), допустивши залежність в'язкості від швидкості зсуву. Цей підхід іноді називають загальним підходом до ньютонівських рідин. Отже, можна зазначити, що в'язкість є функцією температури й швидкості зсуву: $\eta(\dot{\gamma}, T)$.

Неньютонівське поводження скла внаслідок його псевдопластичності можна описати за допомогою даних Сіммонса, який одержав відповідну залежність для натрієво-вапняного скла:

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = \frac{\eta_0(T)}{1 + 3,5 \cdot 10^{-6} \dot{\gamma} \eta_0 T^{0,76}}$$

де $\eta_0(T)$ – залежна від температури ньютонівська в'язкість. Ці дані зазвичай подають у формі функціоналу Бьорда-Карро для використання в числових методах.

Як зазначено вище, в'язкість суттєво залежить від температури. За рівнянням Фогеля-Фульчера-Таммана (ФФТ) $\lg \eta_0(T) = A + B/(T - T_0)$, Вільямса-Ландела-Феррі (ВЛФ) $\ln \eta_0(T) = \frac{c_1(T_r - T_a)}{c_2 + T_r + T_a} - \frac{c_1(T - T_a)}{c_2 + T - T_a}$, де c_1 і c_2 – константи ВЛФ; T_r – номінальна температура, К; T_a – температура фазового переходу скла, К.

Модель ВЛФ більше відповідає експериментальним даним, аніж закон Арреніуса, та порівнянна з рівнянням ВФТ у широкому діапазоні температур, особливо за температур, близьких до температури фазового переходу. Цю модель широко застосовують поза сферою дослідження скла, зокрема для в'язкопружних моделей, в яких температура спадає в зоні фазового переходу.

Теплопровідність та теплові потоки під час оброблення скломаси. Відповідно до рівняння (3), моделюючи оброблення скломаси, розглядають конвективні q або q_1 і радіаційні q_r теплові потоки. Ключові аспекти перенесення теплоти в скломасі та дифузії, або апроксимації Росселанда, що застосовують, моделюючи радіаційний теплий потік, досліджені у праці [11]. За такої апроксимації ми маємо «дійсну» або «фотонну» теплопровідність k і «радіаційну» або «фотонну» теплопровідність k_t. Для q чи $q_1 = -k\nabla T$. Для $q_r = -k_r \nabla T$, де $k_r = 16n^2\sigma T^3/3k_R$; n – показник заломлення; σ – константа Стефана-Больцмана; k_R – Росселандів середній коефіцієнт поглинання. Моделюючи оброблення скломаси, розсіюванням нехтують, і Росселандів середній коефіцієнт поглинання розраховують, як

$$\frac{1}{k_R} = \int_0^\infty \frac{1}{k_\lambda} \frac{dE_{b\lambda}}{dE_b} d\lambda,$$

де k_λ – спектральний чи монохроматичний коефіцієнт поглинання скла; $E_{b\lambda}$ – потужність монохроматичного випромінювання абсолютно чорного тіла; $E_b = \sigma T^4$ – загальна потужність випромінювання абсолютно чорного тіла. Розрахунок k_r описаний у праці [11], де також наведено дані з «фотонної» теплопровідності k і спектрів поглинання скломаси. У праці [12] наведено точні виміряні значення спектру поглинання й радіаційної теплопровідності для декількох видів скла.

Моделювання горіння. У газоподібному середовищі, що перебуває в печі, одночасно відбуваються турбулентний рух, горіння й теплообмін. Для отримання повного математичного опису області горіння необхідно брати до уваги всі процеси. Хоча є успіхи у моделюванні кожного з цих процесів, при їх об'єднанні найчастіше використовують традиційні підходи, наприклад моделі турбулентності Нав'є-Стокса, осереднені за Рейнольдсом (RANS), моделі горіння з одноступінчатою реакцією, моделі випромінювання на основі апроксимації «сірого газу» [13], [14]. Основною причиною використання традиційних моделей є те, що покращення якості моделювання за допомогою нових є незначним порівняно із затратами на обладнання.

Утворення та підтримування горіння моделюють за допомогою моделі турбулентності, що базується на швидкості згасання вихорів [13], [14], або моделі хімії мікроламінарного полум'я. Перша передбачає, що швидкість реакції обмежена турбулентним змішуванням реагентів. Друга – що турбулентне полум'я можна подати, як поєднання менших ламінарних, що називають мікроламінарними.

Зростання турботи про навколишнє середовище робить обов'язковим врахування моделі утворення та перенесення шкідливих речовин під час горіння та після нього. Значної уваги приділяють викидам оксидів азоту (для печей із природньою тягою, що працюють на органічному паливі) і твердих частинок. Їх моделюють, адаптуючи підмоделі викидів до моделей горіння. За відсутності в паливі зв'язаного азоту, оксиди азоту, що утворюються, є переважно «термальними» та «швидкими». Хоча й сажа та частинки негативно впливають на навколишнє середовище, вони покращують радіаційне теплоперенесення в печі, тим самим підвищуючи ефективність роботи. Тому варто враховувати в моделях утворення, накопичення та перенесення сажі.

Через великий розмір регенераторів, непрактично враховувати їх моделі повністю, тому інколи до головної моделі скловарної печі приєднують спрощену зосереджену модель регенератора. Зазвичай, нагрівання у регенераторі враховують припущенням, що повітря надходить до печі з підвищеною температурою.

Моделювання турбулентності. Турбулентність моделюють за допомогою усереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса (4)-(5). Найбільш поширеним методом розрахунку є *k*–ε-модель турбулентності, де *k* означає турбулентну кінетичну енергію, а ε – швидкість згасання.

Моделювання радіаційного теплоперенесення. Натепер із цією метою застосовують моделі, що базуються на дискретних ординатах (ДО) [13], [14], хоча інколи використовують більш прості, наприклад зональні. У ДО-моделі, просторовий кут 4π поділяють на кінцеву кількість напрямків і розв'язують рівняння радіаційного перенесення (RTE). Це рівняння входить до рівняння (3) як описана вище складова $\nabla \cdot \overline{\mathbf{q}}_r = \kappa\left[\int\limits_{\Omega=4\pi} I(\mathbf{s})\, d\Omega - 4n^2\sigma\overline{T}^4\right]$.

Початкові та межові умови. Початкові умови:

$$\begin{cases} \overline{T}(X) = T_0; \\ \overline{\mathbf{v}}(X) = 0; \\ \overline{p}(X) = 0; \\ k(X) = k_0; \\ \varepsilon(X) = \varepsilon, \end{cases}$$

де $X(x, y, z) \in \Omega_s$ – декартові координати, м; Ω_S – розрахункова область.

Межові умови:

на вході за димовими газами:

$$\begin{cases} \overline{G} = G_{\text{inlet-sm.f.}} \vee \overline{v}_n = v_{\text{inlet-sm.f.}}; \\ \overline{T} = T_{\text{inlet-sm.f.}}; \\ k = k_{\text{inlet-sm.f.}}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{\text{inlet-sm.f.}}, \end{cases}$$

на виході за димовими газами:

$$\begin{cases} p_{\text{outlet-sm.f.}} = 0; \\ \overline{T} = T_{\text{outlet-sm.f.}}; \\ k = k_{\text{outlet-sm.f.}}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{\text{outlet-sm.f.}}, \end{cases}$$

на вході за розплавом скла:

$$\begin{cases} \overline{G} = G_{\text{inlet-glass}} \vee \overline{v}_n = v_{\text{inlet-glass}}; \\ \overline{T} = T_{\text{inlet-glass}}; \\ k = k_{\text{inlet-glass}}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{\text{inlet-glass}}, \end{cases}$$

на виході за розплавом скла:

$$\begin{cases} p_{\text{outlet-glass}} = 0; \\ \overline{T} = T_{\text{outlet-glass}}; \\ k = k_{\text{outlet-glass}}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{\text{outlet-glass}}, \end{cases}$$

де *G* – масова витрата, кг/с; v_n – нормальна складова осередненої швидкості, м/с.

На межі контакту димових газів і розплаву скла з твердими конструктивними елементами печі вибирають умови налипання для рівняння руху та абсолютного контакту – для рівняння енергії:

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{v}} = 0; \\ \{\overline{T}\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{q}}_\Sigma\} = 0, \end{cases}$$

де $\{\overline{T}\} = \overline{T}^+ - \overline{T}^-$, К; $\{\mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{q}}_\Sigma\} = \mathbf{n}^+ \cdot \overline{\mathbf{q}}_\Sigma{}^+ - \mathbf{n}^- \cdot \overline{\mathbf{q}}_\Sigma{}^-$, Вт/м^2; $\overline{\mathbf{q}}_\Sigma = \overline{\mathbf{q}} + \overline{\mathbf{q}}_r$ – вектор сумарної густини теплового потоку, Вт/м^2; $\overline{\mathbf{q}} = -\lambda\nabla\overline{T}$ – вектор густини кондуктивного теплового потоку, Вт/м^2; **n** – вектор нормалі до поверхні контакту; $\boldsymbol{q_r}$ **–** вектор густини радіаційного теплового потоку, Вт/м^2.

На межі контакту між димовими газами й розплавом зсувні напруження вибирають нульовими для рівняння руху та абсолютного контакту – для рівняння енергії:

$$\begin{cases} \tau_{\text{sh.stress}} = 0; \\ \{\overline{T}\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{q}}_\Sigma\} = 0. \end{cases}$$

На межі контакту огороджень печі з навколишнім середовищем задають межові умови конвективного типу (третього роду):

$$\mathbf{n} \cdot \left(-\lambda\nabla\overline{T}\right) = \alpha_{\text{eff}}\left(\overline{T} - T_{\text{env.}}\right)$$

де α_{eff} – ефективний коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м^2 · К); T_{env} – температура навколишнього середовища, К.

Для визначення радіаційних потоків на поверхнях (стінках) склепіння печі, ванни, у вхідних і відхідних перерізах печі задають відповідний напівсферичний ступінь чорноти дифузних поверхонь $\varepsilon_{\text{wall}}$. На напівпрозорій межі між димовими газами й розплавом скла двоспрямований ступінь чорноти визначають за балансовим рівнянням $\varepsilon_{sm.f.} = \varepsilon_{glass}\, n_{glass}$, де $\varepsilon_{sm.f.}$ – напівсферичний ступінь чорноти міжфазної межі в димові гази; ε_{glass} – напівсферичний ступінь чорноти міжфазної межі в розплав скла; n_{glass} – показник заломлення розплаву скла. Показник заломлення димових газів $n_{sm.f.}$ вважають рівним одиниці.

Одержимо ε_{glass} за допомогою формул Френеля, коли $n_2 > n_1$, $n_2 = n_{glass}$,$n_1 = n_{sm.f}$:

$$R(\mu) = 1/2\left[R_s(\mu) + R_p(\mu)\right],$$

де $R_s(\mu) = \dfrac{\left[n_1\mu - \sqrt{n_2^2 - n_1^2\left(1-\mu^2\right)}\right]^2}{\left[n_1\mu + \sqrt{n_2^2 - n_1^2\left(1-\mu^2\right)}\right]^2}$ і $R_p(\mu) = \dfrac{\left[n_2^2\mu - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2\left(1-\mu^2\right)}\right]^2}{\left[n_2^2\mu + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2\left(1-\mu^2\right)}\right]^2}$ – перпендикулярна й паралельна складові коефіцієнта відбиття.

Тоді напівсферичний ступінь чорноти поверхні газ–розплав у бік газу $\varepsilon_{\text{sm.f.}} = 2\int_0^1 \left(1 - R(\mu)\right)\mu d\mu$, а ступінь чорноти поверхні газ–розплав у напрямку розплаву $\varepsilon_{\text{glass}} = \varepsilon_{\text{sm.f.}}/n_{\text{glass}}$.

Висновки і напрямки подальших досліджень. У статті розвинуто узагальнену математичну модель скловаріння. В узагальненому підході до моделювання теплопередачі описано конвективний і радіаційний теплообмін, враховано залежність в’язкості скломаси від температури. За допомогою рівняння Арeніуса з емпірично визначеними константами та ентальпією хімічної реакції описано процес плавлення шихти. Розглянуто можливість додаткового підігрівання скломаси. Враховано процеси, що відбуваються в шарі скломаси під час барботування, наведено відповідні рівняння.

У результаті отримано математичну модель скловарної печі з урахуванням майже всіх процесів, що відбуваються. Запропоновані спрощення моделі дозволяють скоротити термін розрахунків без суттєвої втрати точності. Наведена математична модель буде використана як імітаційна під час створення та дослідження автоматичної системи керування технологічним процесом скловаріння.

Список використаної літератури

1. *Лисиенко В. Г.* Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах / В. Г. Лисиенко, В. Г. Волков, А. Л. Гончаров. – К. : Наук. думка, 1984. – 230 с.
2. *Лисиенко В. Р.* Интенсификация теплообмена в пламенных печах / В. Г. Лисиенко. – М. : Металлургия, 1979. – 224 с.
3. *Лисиенко В. Г.* Влияние длины и светимости факела на теплообмен в стекловаренных печах / В. Г. Лисиенко, В. Я. Дзюзер, В. Б. Кулвин // Стекло и керамика. – 1981. – Вып. 63. – С. 7-8.
4. *Кошельник В. М.* Применение математических моделей для диагностики техніко-экономических параметров системы регенерации тепла высокотемпературных теплотехнологических установок / В. М. Кошельник, А. В. Кошельник, Е. Ю. Долженко // Интегрированные технологии и энергосбережение. – 2004. – № 1. – С. 40-44.
5. *Viskanta R.* Review of three-dimensional mathematical modeling of glass melting / R. Viskanta // J. Non. Cryst. Solids. – 1994. – 177. – P. 347-362.
6. *Choudhary M. K.* Recent advances in mathematical modeling of flow and heat transfer phenomena in glass furnaces / M. K. Choudhary // J. Am. Ceram. Soc. – 2002. – 85 [5]. – P. 1030-1036.
7. *Beerkens R. G.* Modeling of the melting process in industrial glass furnaces / R. G. Beerkens // Mathematical Simulation in Glass Technology / eds. D. Krause and H. Loch. – Berlin : Springer, 2002. – P. 17-72.
8. *Choudhary M. K.* Heat transfer in glass-forming melts / M. K. Choudhary, R. M. Potter // Properties of Glass Forming Melts / eds. L. D. Pye, A. Montenero and I. Joseph. – Boca Raton, FL, USA : CRC Press, 2005. – P. 249-293.
9. *Kuhn W. S.* Mathematical modeling of batch melting in glass tanks / W. S. Kuhn // Mathematical Simulation in Glass Technology / eds. D. Krause and H. Loch. – Berlin : Springer, 2002. – P. 73-125.
10. *Choudhary M. K.* Three-dimensional mathematical model for flow and heat transfer in electric glass furnaces / M. K. Choudhary // Heat Transfer Eng. – 1985. – 6. – P. 55-65.
11. *Prokhorenko O.* Radiative thermal conductivity of melts / O. Prokhorenko // High Temperature Glass Melt Property Database for Process Modeling / eds. T. P. Seward, T. Vascott. – Westerville, OH, USA : American Ceramic Society, 2005. – P. 95-117.
12. An investigation of batch charging for a crown fired oxyfuel furnace / B. Purnode, B. Golchert, D. Bessette et al. // Proc. of the 8th ESG Conference, Sunderland, UK, 2006.
13. *Abbassi A.* Numerical simulation and experimental analysis of an industrial glass melting furnace / A. Abbassi, Kh. Khoshmanesh // Appl. Thermal Eng. – 2008. – 28 [5–6]. – P. 450-459.

14. Validation of Advanced Models for Glass Melting Furnaces / J. Wang, B. S. Brewster, M. Q. Mcquay, B. W. Webb // A Collection of Papers Presented at the 60th Conference on Glass Problems: Ceramic Engineering and Science Proceedings. – 1999. – 21 [1].
Bird R. B. Transport Phenomena / R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot. – N.-Y. : Wiley, 2007.