

УДК 681.5

БИГАНСЬКИЙ Б. М.*, КОВАЛЮК Д. О.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ПОРІВНЯННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ МУЛЬТИРОТОРНИМ БПЛА

У статті розглянуто задачу стабілізації висоти квадрокоптера під дією зовнішніх збурень, зокрема поривів вітру. Використано стандартну математичну модель такого об'єкту, що базується на жорсткому тілі з шістьма ступенями вільності (6-DOF), описаними рівняннями Ньютона та Ейлера. Розглядаються рівняння динаміки, що описують результуючу силу та момент, а також швидкості та кутові швидкості у відповідній системі координат.

Метою дослідження є порівняльний аналіз ефективності різних стратегій керування для стабілізації висоти під час дії збурень. Зокрема, розглядаються ПІД-регулятор, нечітка логіка (Fuzzy Logic) та лінійно-квадратичний регулятор (LQR). Проведено моделювання роботи систем керування з використанням кожного типу регулятора, оцінено якість перехідних процесів, стійкість та здатність до відновлення рівноваги після впливу збурень.

Результати демонструють відмінності у швидкості реакції, точності стабілізації та адаптивності методів керування, що дозволяє визначити оптимальні підходи для забезпечення надійного утримання висоти квадрокоптера в умовах змінного середовища. Моделювання систем керування здійснено за допомогою MATLAB Simulink.

Ключові слова: квадрокоптер, стабілізація висоти, ПІД-регулятор, нечітка система, LQR, Simulink

DOI: 10.20535/2617-9741.3.2025.340377

* Corresponding author: bbm-ihf@iill.kpi.ua

Received 28 August 2025; Accepted 04 September 2025

Вступ

Квадрокоптер є однією з найпоширеніших конфігурацій багатороторних безпілотних літальних апаратів, що активно застосовуються у цивільних сферах [1, 2]. Останніми роками спостерігається значне зростання інтересу до академічних досліджень квадрокоптерів. Це пояснюється їхніми унікальними властивостями, зокрема простою механічною конструкцією, здатністю до зависання у повітрі та високою маневровістю.

Зі зростанням потреби автономних польотів у різних умовах актуальною є проблема розробки систем керування квадрокоптером, які б забезпечували задану якість. В цьому контексті особливої уваги потребує стабілізація положення та висоти квадрокоптера, оскільки ці режими є вкрай чутливими до зовнішніх збурень, таких як пориви вітру. Завдання стабілізації є актуальними для широкого спектра застосувань: проведення аерофотозйомки та відеомоніторингу, де навіть незначні коливання призводять до втрати якості зображення; виконання інспекційної чи пошуково-рятувальної роботи, що потребує тривалого зависання у фіксованій точці; транспортування вантажів із забезпеченням рівноваги та безпечного маневрування; а також у наукових і навчальних експериментах, де точність і повторюваність траєкторій мають визначальне значення. У всіх цих сценаріях стабілізація забезпечує надійність, ефективність та безпеку роботи квадрокоптера.

У літературі представлено низку методів керування квадрокоптерами, серед яких пропорційно-інтегрально-диференціальне (ПІД) регулювання [3], метод backstepping [4], метод ковзного режиму (Sliding Mode Control) [5] та модельно-прогнозне керування (MPC) [6].

Проте, незважаючи на наявність різних підходів, параметри систем керування сильно залежать від технічних характеристик квадрокоптера, виду, форми та величини збурень. Тому порівняльний аналіз ефективності різних алгоритмів керування за умов дії зовнішніх збурень при стабілізації висоти залишається актуальним завданням.

Математична модель квадрокоптера

На сьогодні математична модель квадрокоптера є відомою, повністю враховує його поведінку і реалізована в багатьох наукових дослідженнях. Така модель, наведена наприклад в роботі [7] базується на

динаміці тіла з 6 ступенями свободи (6-DOF), задається рівняннями Ньютона–Ейлера для поступального та обертального рухів. Розглянемо схему об'єкту наведену на рисунку 1. Чотири двигуни на кінцях променів генерують підйомні сили і крутні моменти.

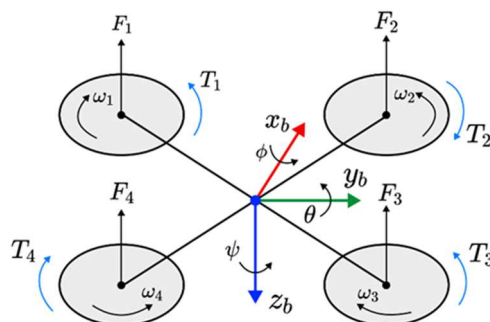


Рис. 1 – Схема роботи квадрокоптера

Оскільки квадрокоптер нахилиється і повертається, його власна система координат постійно змінює орієнтацію відносно земної. Матриця повороту R — це математичний інструмент, який дозволяє "переводити" вектори із системи координат об'єкту в земну (інерційну) систему.

$$R = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & c(\psi)s(\phi)s(\theta) - c(\phi)s(\psi) & s(\phi)s(\psi) + c(\phi)c(\psi)s(\theta) \\ c(\theta)s(\psi) & c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\psi)s(\theta) & c(\phi)s(\psi)s(\theta) - c(\psi)s(\phi) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

тут $c(a) = \cos(a)$ та $s(a) = \sin(a)$

Наведемо основні керуючі впливи, які ми можемо подати на квадрокоптер, комбінуючи швидкості обертання чотирьох моторів для його керування, де K_F та K_M - це коефіцієнти, що залежать від форми та розміру пропелера [7].

Загальна тяга (U_1): Це сума сил від усіх чотирьох моторів. Вона відповідає за вертикальний рух (вгору-вниз).

$$U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \cdot K_F \quad (2)$$

Момент крену (U_2): Щоб нахилити квадрокоптер вправо (крен), потрібно збільшити тягу лівих моторів (2 і 3) і зменшити тягу правих (1 і 4). Різниця цих сил, помножена на плече l , створює обертальний момент навколо осі X .

$$U_2 = [(F_2 + F_3) - (F_1 + F_4)] \cdot l = [(\omega_2^2 + \omega_3^2) - (\omega_1^2 + \omega_4^2)] \cdot K_F \quad (3)$$

Момент тангажу (U_3): Щоб нахилити квадрокоптер вперед, потрібно збільшити тягу задніх моторів (3 і 4) і зменшити тягу передніх (1 і 2). Це створює момент навколо осі Y .

$$U_3 = [(F_1 + F_2) - (F_3 + F_4)] \cdot l = [(\omega_1^2 + \omega_2^2) - (\omega_3^2 + \omega_4^2)] \cdot K_F \quad (4)$$

Момент ристання (U_4): Ротори 1 і 3 обертаються за годинниковою стрілкою, а 2 і 4 — проти. За третім законом Ньютона, якщо мотор обертає пропелер в один бік, то сам квадрокоптер він намагається обернути в інший (реактивний момент). У звичайному польоті ці моменти скомпенсовані. Щоб повернути, ми збільшуємо швидкість однієї пари моторів (напр., 1 і 3) і зменшуємо іншої (2 і 4). Виникає некомпенсований реактивний момент, і квадрокоптер повертається навколо своєї осі Z .

$$U_4 = (T_1 + T_3) - (T_2 + T_4) = [(\omega_1^2 + \omega_3^2) - (\omega_2^2 + \omega_4^2)] \cdot K_M \quad (5)$$

Зрештою, рівняння динаміки квадрокоптера можна записати у векторному вигляді наступним чином [8]:

$$m \cdot \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} + W = [R] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x \cdot \ddot{\phi} \\ I_y \cdot \ddot{\theta} \\ I_z \cdot \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_x \cdot \dot{\phi} \\ I_y \cdot \dot{\theta} \\ I_z \cdot \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (7)$$

де: m – маса, g – гравітаційне прискорення, а I_x , I_y та I_z – головні моменти інерції.

Обґрунтування типу систем керування та засобів моделювання

Як показав проведений аналіз, поширеними підходами до стабілізації висоти є: ПІД-регулятор, нечіткий (fuzzy) регулятор та лінійно-квадратичного регулятор (LQR). Кожен із них має власні переваги й обмеження. Відомо, що ПІД-регулятор характеризується простотою та інтуїтивністю налаштування, fuzzy дозволяє врахувати нелінійність та невизначеність у поведінці об'єкта, а LQR забезпечує оптимальність у сенсі мінімізації квадратичного критерію якості.

Для порівняння ефективності пегуляторів обрано наступні критерії – час перехідного процесу, величина перерегулювання, інтегральна похибка. Це дозволить сформулювати обґрунтовані висновки щодо доцільності використання того чи іншого методу керування в умовах реальних польотів.

Зазначимо, що кінцева реалізація систем керування здійснюється на технічних засобах, якими обладнані квадрокоптери (наприклад, Raspberry Pi, Nvidia Jetson, тощо) з використанням мов програмування C, Python та інших. Проте для розрахунку систем керування та дослідження їх характеристик часто використовують MATLAB та його розширення Simulink, які фактично є промисловим стандартом для моделювання динамічних систем. У одній з фундаментальних робіт у галузі керування квадрокоптерами [9] автори використали Simulink для моделювання динаміки та реалізації ПІД- та LQR-регуляторів для стабілізації кутового положення та висоти. У роботі [10] порівнюється ефективність класичного ПІД- та гібридного нечіткого ПІД-регулятора. Синтез, моделювання та порівняльний аналіз виконані в середовищі MATLAB/Simulink з використанням Fuzzy Logic Toolbox. У статті [11] запропоновано ПІД-регулятор, коефіцієнти якого динамічно налаштовуються за допомогою нечіткої логіки.

Враховуючи наведені факти та кращі практики, в даній роботі прийнято рішення розрахунок та дослідження систем керування здійснювати з використання MATLAB.

Реалізація моделі

Розроблена імітаційна модель квадрокоптера включає вплив вітрових збурень, що дозволяє відтворити умови, наближені до реальних. Такий підхід є необхідним для оцінки ефективності алгоритмів керування, адже у реальних польотах квадрокоптер піддається випадковим та непередбачуваним впливам зовнішнього середовища.

У моделі вітрове збурення може мати такі параметри:

- інтенсивність вітру, що визначає силу зовнішнього впливу;
- рівень шуму, який надає сигналу випадковий характер;
- частоту зміни параметрів вітру.

Ці налаштування дозволяють аналізувати поведінку квадрокоптера за різних умов та порівнювати якості різних регуляторів. У даному дослідженні сила вітру змінюється в діапазоні $[-15...15]$, як показано на рисунку 2.

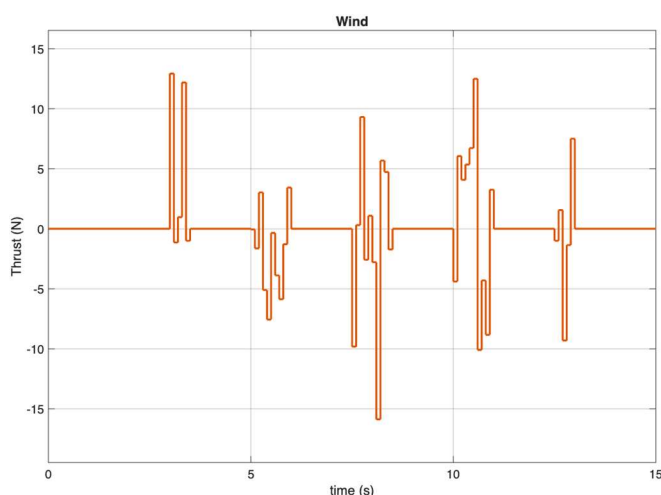


Рис. 2 – Вітрове збурення

Розглядається задача стабілізації висоти об'єкта на рівні 1 метр та досліджується її підтримання при використанні різних регуляторів в умовах дії збурення. Математична модель об'єкта запрограмована в Simulink на основі результатів роботи [12] і представлена на рисунку 3:

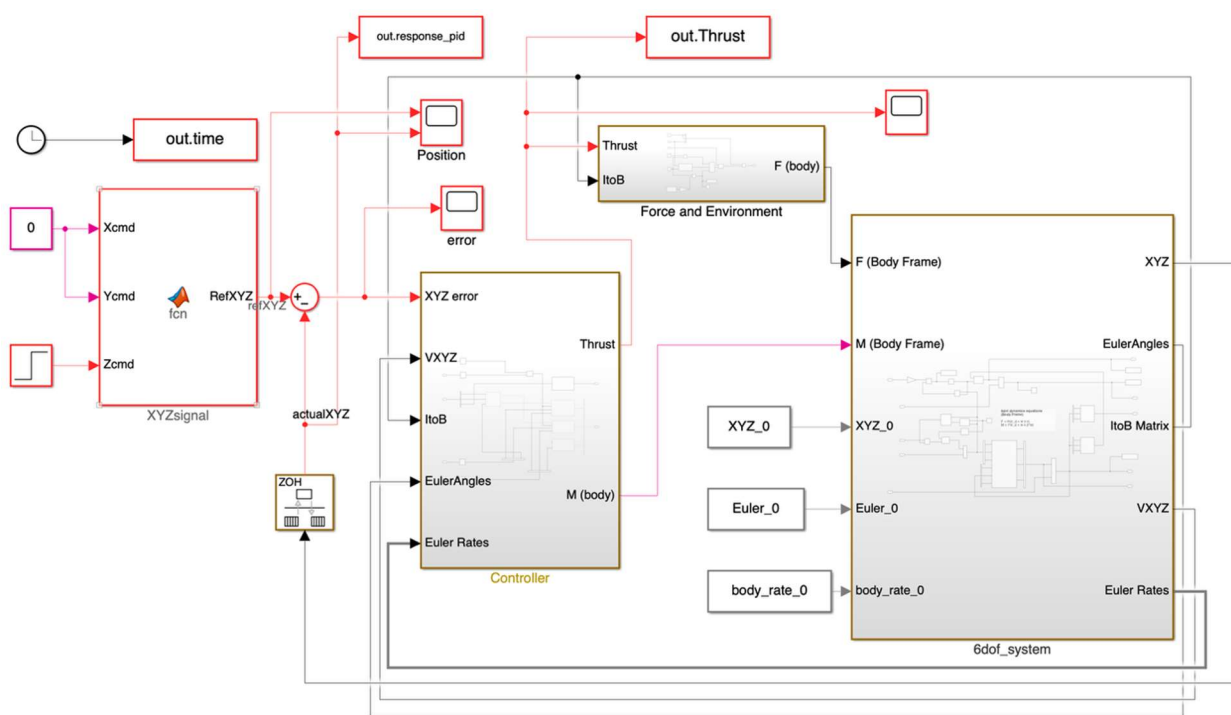


Рис. 3 – Simulink-модель системи керування квадрокоптером

Це класична замкнута система, що формує сигнал керування на основі принципу керування за відхиленням між бажаною і поточною поведінкою об'єкта. Блок XYZsignal формує завдання по осях X, Y, Z. З моделі квадрокоптера (6dof_system) повертається вектор поточного положення actualXYZ. На суматорі порівнюються завдання refXYZ та actualXYZ, і їх різниця (помилка) подається на регулятор для розрахунку керуючого впливу.

Fuzzy (нечіткий) регулятор

Для підтримання заданої висоти квадрокоптера розглянемо адаптивний PD-регулятор. Ключовою особливістю системи є використання нечіткої логіки для динамічного розрахунку пропорційного (K_p) та диференціального (K_d) коефіцієнтів регулятора в режимі реального часу.

Для налаштування нечіткого регулятора були обрані дві вхідні змінні: похибка висоти (error) та швидкість її зміни, тобто похідна (error_rate). Обидві змінні нормалізовано у діапазоні $[-1; 1]$. Похибку висоти описано за допомогою 3 гаусовських функцій належності: low (низька), medium (середня), high (висока). Швидкість зміни висоти має аналогічні функції належності.

Нечітка модель розраховує два виходи: пропорційний коефіцієнт K_p та диференціальний коефіцієнт K_d . Коефіцієнт K_p визначає величину реакції системи на поточну похибку. Високий K_p забезпечує швидке виправлення, але може призвести до коливань. Коефіцієнт K_d відповідає за протидію різким змінам та демпфування системи, що запобігає перерегулюванню та робить політ більш плавним. Обидві змінні нормалізовано у діапазоні $[-1; 1]$ і аналогічно описуються 3 функціями.

Нечітка модель має базу знань, що містить 9 правил, які охоплюють усі можливі комбінації вхідних термів (3 терми для error $\times$ 3 терми для error_rate). Правила задають логіку логічного висновку. Структура нечіткої моделі наведена на рисунку 4.

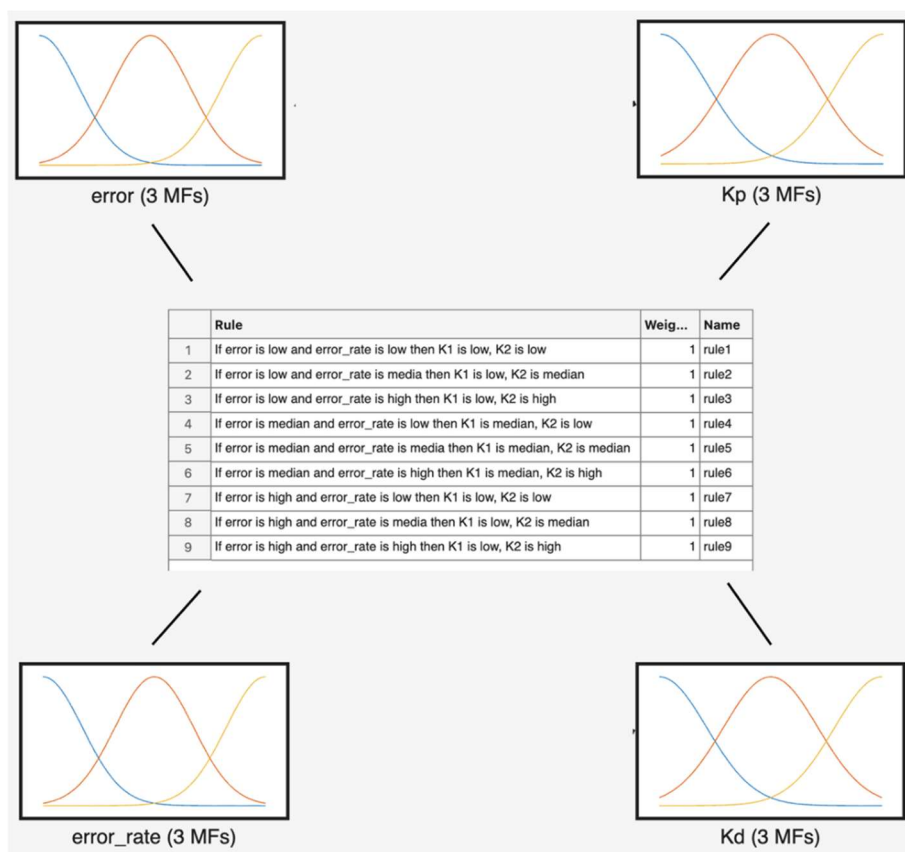


Рис. 4 – База правил нечіткої моделі.

Дефазифікація, тобто перетворення нечітких висновків у чіткі числові значення K_p та K_d , здійснювалась за методом центроїда. Уточнення вагових коефіцієнтів правил виконувалося експериментальним шляхом.

Таким чином, розраховані нечітким блоком коефіцієнти K_p та K_d використовуються для PD-регулятора в режимі реального часу. Ця гібридна архітектура дозволяє подолати ключовий недолік класичних підходів: використання фіксованих коефіцієнтів, які завжди є компромісом між швидкістю та стабільністю. Завдяки динамічному підбору цих параметрів система керування висотою стає адаптивною, робастною та високоефективною.

ПІД-регулятор

Класичний підхід, який генерує команду тяги на основі комбінації помилки по Z , її інтегралу та похідної. Такий регулятор є зрозумілим для налаштування та часто використовується як базовий варіант. Налаштування проводились за допомогою вбудованого у Simulink інструменту auto tuning. ПІД-регулятор налаштований на мінімальний час перехідного процесу (приблизно 0,25 с), проте в умовах сильних збурень не здатний якісно забезпечувати стабільну висоту. При силі вітру 10 метрів висота квадрокоптера коливається від рівня у 2 метри.

LQR-регулятор

Лінійно-квадратичний регулятор (LQR) — це метод оптимального керування, що використовується для систем, які можна описати лінійними диференціальними рівняннями у просторі станів. Головна мета LQR — знайти такий закон керування, який мінімізує функцію вартості J протягом нескінченного проміжку часу.

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u(t)Ru(t)]dt \quad (8)$$

Функція вартості (8) складається з двох частин:

- Похибка стану: штраф за відхилення вектору стану системи $x(t)$ від бажаної робочої точки.
- Витрати на керування: штраф за використання керуючого сигналу $u(t)$.

Тут Q та R — це вагові матриці, які визначають пріоритети системи. Закон керування має вигляд зворотного зв'язку за станом:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (9)$$

де K — це матриця коефіцієнтів підсилення, яка обчислюється для мінімізації J . Вона знаходиться шляхом розв'язання рівняння Ріккаті.

Оскільки LQR розроблений для лінійних систем, а динаміка квадрокоптера є нелінійною, першим кроком є лінеаризація моделі. Цей процес полягає в апроксимації нелінійної системи лінійною моделлю навколо робочої точки. У нашому випадку такою точкою є режим зависання (hovering).

Процес лінеаризації автоматизовано за допомогою інструментів *Simulink Control Design*:

- Визначення робочої точки: за допомогою *operspec* та *findop* визначається стан системи при зависанні на висоті $Z = 1$.
- Отримання лінійної моделі: функція *linearize* обчислює матриці простору станів A та B для лінеаризованої моделі $\dot{x} = Ax + Bu$ навколо цієї робочої точки.

Налаштування LQR полягає у виборі вагових матриць Q та R (наведені в таблиці 1) Ці матриці є діагональними, і їх елементи визначають "важливість" кожного стану та керуючого входу.

Матриця Q (State-Weighting Matrix): Визначає, наскільки сильно регулятор "штрафує" за відхилення кожного зі станів від нуля. Чим більше значення елемента на діагоналі Q , тим швидше і агресивніше регулятор намагатиметься повернути відповідний стан до нуля.

Матриця R (Control-Weighting Matrix): Визначає вартість використання керуючих сигналів. Чим більше значення елемента R , тим менш "енергійним" буде відповідний керуючий сигнал, що призводить до плавнішої, але повільнішої реакції та менших енерговитрат.

Таблиця 1 – Вагові коефіцієнти для матриці Q та R

Q		R	
Група станів	Вагові коефіцієнти	Керуючий сигнал	Значення
Кути (roll, pitch, yaw)	[30, 30, 8]	Загальна тяга	0,6
Позиції (X, Y, Z)	[80, 80, 150]	Момент по roll	0,4
Кутові швидкості	[10, 10, 10]	Момент по pitch	0,4
Лінійні швидкості	[8, 8, 12]	Момент по yaw	0,4

Таким чином, налаштування LQR — це пошук компромісу між швидкістю реакції (високі значення в Q) та витратами на керування (високі значення в R). Після вибору Q та R матриця підсилення K розраховується автоматично за допомогою функції `lqr` в MATLAB: $K = \text{lqr}(\text{sys.A}, \text{sys.B}, Q, R)$. Ця матриця K і є кінцевим результатом синтезу LQR-регулятора.

Результати моделювання

На рисунку 5 наведено перехідні характеристики систем керування з різними типами регуляторів, а в таблиці 4 числові значення показників якості.

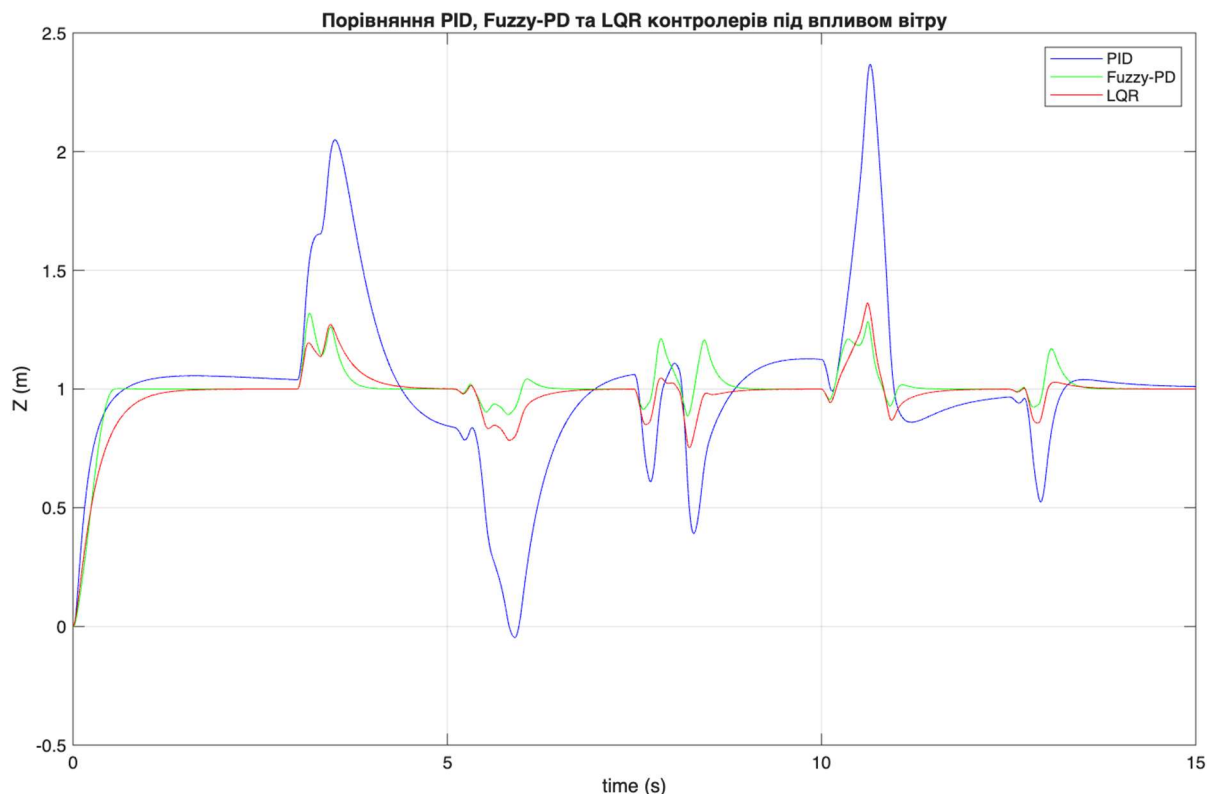


Рис. 5 – Перехідні характеристики системи з ПІД, Fuzzy-PD та LQR регуляторами на сигнал висоти в умовах зовнішніх збурень (вітер).

Таблиця 2 – Показники якості систем керування

Критерій/регулятор	PID	Fuzzy-PD	LQR
Вихід на усталений режим 1м, без збурення (с)	5,35	1,4	2,1
Перерегулювання, без збурення (%)	5,5	0,2	0,34
RMSE зі збуренням	0,3509	0,1286	0,1483

Висновок

Проведене порівняння регуляторів для стабілізації висоти за однакових умов показало, що Fuzzy-PD демонструє найкращу сукупну якість: найшвидший вихід на усталений режим без збурень (1,4 с), мінімальне перерегулювання (0,2 %) та найменшу помилку відхилення при збуренні вітром (RMSE $\approx$ 0,1286).

LQR-регулятор виступає як потужна альтернатива, значно перевершуючи класичний ПІД. Хоч він і поступається Fuzzy-PD за швидкістю (2,1 с), він забезпечує майже таке ж низьке перерегулювання (0,34 %) і демонструє високу робастність до збурень ($RMSE \approx 0,1483$). Це підтверджує ефективність методів оптимального керування для побудови систем.

ПІД-регулятор слугує корисним базовим еталоном, однак у цій задачі має найдовший час встановлення (5,35 с), найбільше перерегулювання (5,5 %) і найвищу $RMSE$ (0,3509), що відображає його чутливість до зовнішніх збурень.

Практично це означає:

- Якщо пріоритетом є максимальна швидкість та найкраща стійкість до зовнішніх впливів, доцільно обирати Fuzzy-PD, усвідомлюючи, що його налаштування вимагає експертних знань для формування бази правил.
- Коли критично отримати високопродуктивну та передбачувану систему з мінімальними коливаннями на основі математичної моделі, збалансованим вибором є LQR. Він забезпечує чудовий компроміс між швидкістю, точністю та робастністю, а його синтез є систематичним процесом.
- За обмежених ресурсів або на етапі швидкого прототипування ПІД лишається найпростішим варіантом, але очікувано поступається двом іншим за всіма ключовими показниками якості.

Список використаної літератури

1. R. Amin, L. Aijun, and S. Shamshirband, "A Review of Quadrotor UAV: Control Methodologies and Performance Evaluation," *International Journal of Automation and Control Engineering*, vol. 10, no. 2, pp. 87–103, 2016.
2. M. A. Tofigh, M. J. Mahjoob, and M. Ayati, "Dynamic Modeling and Nonlinear Tracking Control of a Novel Modified Quadrotor," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 28, no. 2, pp. 552–567, 2018.
3. S. An, S. Yuan, and H. Li, "Self-Tuning of PID Controllers Design by Adaptive Interaction for Quadrotor UAV," in *Proceedings of the 7th IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC)*, 2016, pp. 1547–1552.
4. A. Das, F. Lewis, and K. Subbarao, "Backstepping Approach for Controlling a Quadrotor Using Lagrange Form Dynamics," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 56, no. 1-2, pp. 127–151, 2009.
5. D. Lee, H. J. Kim, and S. Sastry, "Feedback Linearization vs Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 419–428, 2009.
6. A. Chamseddine, Y. Zhang, C. A. Rabbath, C. Fulford, and J. Apkarian, "Model Reference Adaptive Fault Tolerant Control of a Quadrotor UAV," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2011.
7. A. Fajardo Pia, "Comparison of Controllers for a Quadcopter Model with Implemented Path Planning Algorithm," Master's thesis, Universitat Politècnica de València, 2022. <https://riunet.upv.es/server/api/core/bitstreams/cbaa44cb-9784-4955-9fac-70d9ef0a139c/content>
8. F. Ahmad, P. Kumar, A. Bhandari, and P. Patil, "Simulation of the Quadcopter Dynamics with LQR based Control," *Materials Today: Proceedings*, vol. 5, no. 2, pp. 327–333, 2018. <https://acortar.link/q4Hauk>
9. S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Full Control of a Quadrotor," in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007, pp. 153–158.
10. E. Kuantama, T. Vesselenyi, S. Dzitac, and R. Tarca, "PID and Fuzzy-PID Control Model for Quadcopter Attitude with Disturbance Parameter," *International Journal of Computers Communications & Control*, vol. 12, no. 6, pp. 863–878, 2017.
11. A. Baharuddin and M. A. M. Basri, "Self-Tuning PID Controller for Quadcopter using Fuzzy Logic," *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, vol. 30, no. 1, pp. 165–177, 2023.
12. C.-W. Kong, "6-Dof Quadcopter Simulation and Control", <https://jordan787878.github.io/firstweb/6dofQuadcopter/6dofQuad.html>

Bohdan Bihanskyi, Dmytro Kovaliuk

COMPARISON OF CONTROL SYSTEMS FOR MULTIROTOR UAV

This paper investigates the problem of quadcopter altitude stabilization under external disturbances, particularly wind gusts. For the analysis, a mathematical model of a multirotor UAV based on the Newton–Euler equations for a rigid body with six degrees of freedom (6-DOF) was used. The study was carried out in the MATLAB/Simulink environment, which made it possible to simulate the operation of a closed-loop control system under realistic environmental influences.

The aim of the work is to compare three approaches to altitude control: the classical PID controller, the fuzzy PD controller (fuzzy-PD), and the optimal Linear Quadratic Regulator (LQR). For each strategy, tuning, simulation, and analysis of transient responses were performed. The effectiveness was evaluated using key indicators: settling time, overshoot, and root mean square error (RMSE) under wind disturbances.

The obtained results showed that the fuzzy-PD controller provides the best overall control quality: the fastest transient response, minimal overshoot, and the lowest error under disturbances. The LQR regulator demonstrated high robustness and a balance between speed and accuracy, significantly outperforming the classical PID in all criteria. The PID controller served as a basic benchmark but exhibited the highest sensitivity to wind effects.

Thus, the study confirms the feasibility of using adaptive and optimal approaches (fuzzy-PD and LQR) to ensure reliable quadcopter altitude stabilization in a changing environment, which is practically important for aerial photography, monitoring, inspection, and search-and-rescue missions.

Keywords: quadcopter, altitude stabilization, PID controller, fuzzy logic, LQR, Simulink

References

1. R. Amin, L. Aijun, and S. Shamshirband, “A Review of Quadrotor UAV: Control Methodologies and Performance Evaluation,” *International Journal of Automation and Control Engineering*, vol. 10, no. 2, pp. 87–103, 2016.
2. M. A. Tofigh, M. J. Mahjoob, and M. Ayati, “Dynamic Modeling and Nonlinear Tracking Control of a Novel Modified Quadrotor,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 28, no. 2, pp. 552–567, 2018.
3. S. An, S. Yuan, and H. Li, “Self-Tuning of PID Controllers Design by Adaptive Interaction for Quadrotor UAV,” in *Proceedings of the 7th IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC)*, 2016, pp. 1547–1552.
4. A. Das, F. Lewis, and K. Subbarao, “Backstepping Approach for Controlling a Quadrotor Using Lagrange Form Dynamics,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 56, no. 1-2, pp. 127–151, 2009.
5. D. Lee, H. J. Kim, and S. Sastry, “Feedback Linearization vs Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 419–428, 2009.
6. A. Chamseddine, Y. Zhang, C. A. Rabbath, C. Fulford, and J. Apkarian, “Model Reference Adaptive Fault Tolerant Control of a Quadrotor UAV,” in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2011.
7. A. Fajardo Pia, “Comparison of Controllers for a Quadcopter Model with Implemented Path Planning Algorithm,” Master’s thesis, Universitat Politècnica de València, 2022. <https://riunet.upv.es/server/api/core/bitstreams/cbaa44cb-9784-4955-9fae-70d9ef0a139c/content>
8. F. Ahmad, P. Kumar, A. Bhandari, and P. Patil, “Simulation of the Quadcopter Dynamics with LQR based Control,” *Materials Today: Proceedings*, vol. 5, no. 2, pp. 327–333, 2018. <https://acortar.link/q4Hauk>
9. S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Full Control of a Quadrotor,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007, pp. 153–158.
10. E. Kuantama, T. Vesselenyi, S. Dzitac, and R. Tarca, “PID and Fuzzy-PID Control Model for Quadcopter Attitude with Disturbance Parameter,” *International Journal of Computers Communications & Control*, vol. 12, no. 6, pp. 863–878, 2017.
11. A. Baharuddin and M. A. M. Basri, “Self-Tuning PID Controller for Quadcopter using Fuzzy Logic,” *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, vol. 30, no. 1, pp. 165–177, 2023.
12. C.-W. Kong, “6-Dof Quadcopter Simulation and Control”, <https://jordan787878.github.io/firstweb/6dofQuadcopter/6dofQuad.html>