

УДК 517.977.5

**КОРНІЄНКО Б.Я.\*, НЕСТЕРУК А.О.**  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ГРАНУЛЮВАННЯ У ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ (огляд моделей)**

*Одним із найпоширеніших методів виготовлення мінеральних добрив є гранулювання. Добрива у вигляді гранул мають ряд переваг перед звичайними добривами у вигляді порошку чи рідини, а саме, легкість у транспортуванні, добре засвоюються та менше піддаються вивітрюванню із ґрунту, зручні у застосуванні. Щоб отримати тверді частинки з рідкого вихідного матеріалу такого як: розчини, емульсії чи суспензії, застосовують такі процеси як: кристалізація, гранулювання, сушка розпиленням. Залежно від фокусу дослідження, процес гранулювання у псевдозрідженому шарі можна моделювати на різних рівнях абстракції. У мікроскопічному масштабі моделюється динаміка окремих частинок. Розглядається взаємодія частинки з рідиною, обладнанням чи іншими частинками. Наступним більш грубим рівнем абстракції є мезомасштаб. Тут частинки поділяються на класи відповідно до їх характеристик. Передбачається, що частинки класу мають однакові властивості та динаміку. У макроскопічному масштабі, найгрубішому рівні наближення, вага зосереджена на інтегральній поведінці всієї сукупності частинок. Як наслідок, вибрані значення характеристики описують стан шару частинок. Існують різні підходи до моделювання для кожної шкали. Пропонується мікроскопічний масштаб описувати за допомогою моделі гідродинаміки, мезомасштаб - за допомогою моделі балансу, а макроскопічний — методом моментів або за допомогою моделі Лагранжа-Ейлера. Розглянуто також поєднана модель балансу-гідродинаміки та багатоканальна модель балансу, що можуть використовуватись для задач побудови інформаційної технології управління процесом гранулювання у псевдозрідженому шарі.*

**Ключові слова:** псевдозріджений шар, математична модель, гранулювання, мінеральні добрива.

**DOI: 10.20535/2617-9741.2.2022.260349**

\*Corresponding author: bogdanko@gmx.net

Received 30 May 2022; Accepted 22 June 2022

**Постановка проблеми.** Розповсюджені в різних галузях сучасних переробних галузей, процеси гранулювання мають велике значення. Більшість вироблених товарів є частиною повсякденного життя: цукор, борошно, розчинна кава та какао, пральний порошок можна знайти майже в кожному будинку, інгалятори сухого порошку значно підвищують якість життя астматиків. Інші тверді продукти, у свою чергу, є проміжним продуктом у складному технологічному ланцюгу. Наприклад, сухе молоко необхідне в харчовій промисловості, гранули добрив зазвичай використовуються в сільському та лісовому господарстві, таблетки для медичних препаратів складаються з гранул, а порошки каталізаторів мають вирішальне значення в хімічній промисловості. Цей короткий, але неповний огляд ілюструє значення твердих частинок у багатьох галузях, таких як харчова, фармацевтична, хімічна та енергетична промисловість. Відповідні процеси приготування частинок настільки ж різноманітні, як і потенційні застосування. Залежно від сировини, частинки можуть бути виготовлені, серед іншого, шляхом розпилювального сушіння рідини, подрібнення твердої речовини або шляхом процесів кристалізації. Ще одним класом широко застосовуваних процесів формування рецептури є гранулювання. Загалом, процес гранулювання перетворює дрібні порошки або рідину, наприклад, розчин, суспензію або розплав, у гранули із заздалегідь визначеними властивостями. Щодо процесу та вимог до продукту, існують різні методи гранулювання. Наприклад - опалювальна грануляція часто використовується для переробки руд і будівельних матеріалів, таких як цемент, грануляція з псевдозрідженим шаром є поширеною для виробництва добрив, неорганічних солей, миючих засобів та фармацевтичних препаратів, компресійна агломерація, наприклад, таблетування та двошнєкова агломерація, має безліч застосувань у фармацевтичній, харчовій, хімічній та мінеральній промисловості.

У порівнянні з вихідним матеріалом, вироблені гранули мають багато переваг. Наприклад, вони можуть бути більш довговічними або легшими в обробці. Одним із важливих етапів побудови інформаційної

технології управління процесом гранулювання у псевдозрідженому шарі – створення математичної моделі процесу, яка повинна коректно відображати всі етапи процесу гранулювання.

**Аналіз попередніх досліджень.** Розглянуто поточне розуміння трьох ключових областей процесів вологої грануляції: змочування і зародження, консолідація і зростання, а також розрив і стирання, що надане Івесоном [1]. Боуффард [2] здійснив огляд змінних, пов'язаних з процесом, і фізико-хімічними властивостями у грануляції з псевдозрідженим шаром та описав їх вплив на механізм грануляції. Рейнольдс [3] розглянув поведінку розриву при грануляції від масштабу процесу до масштабу однієї гранули, опрацював велику кількість експериментальних результатів. В основному, механізми грануляції часто розрізняють як зародження, зростання і консолідація, а також розрив і стирання, які можуть відбуватися одночасно в процесі грануляції.

Зародження означає утворення початкових ядер шляхом злипання первинних частинок разом після додавання рідкого розчину в контакт із сухим порошком. На цей процес в основному впливає здатність розчину поширюватися по твердій поверхні. Завдяки експериментальним дослідженням Шефера та Матісена запропоновано два різних механізми зародження: механізм занурення та механізм розподілу залежно від співвідношення розміру частинок до розміру крапель [4-5].

Зростання гранул відбувається, коли частинки контактують і злипаються в процесі грануляції. Можна виділити два різні механізми росту: нашарування та злиття, відповідно до розміру частинок, що стикаються. Нашаруванням називають єднання між однією великою гранулою та багатьма дрібними частинками або налипання дрібних частинок на поверхню великих вже існуючих гранул. Злиття відбувається, коли дві вологі гранули майже однакового розміру стикаються і обмежуються рідким утвореним між двома частинками, яке стає твердим протягом наступного періоду сушіння.

Консолідація гранул відбувається, коли відбувається зіткнення між гранулами, між гранулами та стінкою в грануляторі. Для аналізу процесу консолідації часто використовуються три сили: капілярна сила, сила в'язкості та сила тертя. Стирання і розриви означають руйнування вологих гранул в процесі гранулювання і стирання в процесі сушіння. Розрив і стирання гранул може вплинути на кінцевий розподіл гранул за розміром. З точки зору якості продукції, вони допомагають покращити однорідність і сипучість гранул.

Вологе дроблення гранул – це процес, за допомогою якого гранули, що містять рідке сполучне і первинні частинки розбиваються на більш дрібні гранули. Гранула розбивається, якщо зовнішнє напруження під час удару перевищує величину власної міцності гранули.

Розглянуто змінні, які впливають на процес грануляції. Відносна вологість повітря на вході, впливає на ріст агломератів і розмір частинок кінцевого продукту. Встановлено, що більші гранули утворюються у міру відносної вологості вхідного повітря, яке збільшується під час гранулювання [6-7], оскільки випаровуваність води на вході повітря зменшується, а утворення рідких і твердих з'єднань посилюється.

Швидкість вхідного нагрітого повітря є важливим робочим параметром, який впливає на гідродинаміку псевдозрідження та росту гранул. Швидкість вхідного повітря при розрідженні впливає на поведінку грануляції та кінцевий розподіл гранул за розміром [7].

Температура повітря на вході є ключовим параметром, що впливає на температуру псевдозрідженого шару та вологість випаровування. Вища температура повітря на вході може висушити вологі гранули швидко і зменшує час гранулювання. Діаметр гранул зменшується при підвищенні температури псевдозріджуючого повітря [6].

**Метою** статті є системний аналіз гідродинаміки та механізмів, що переважають в процесі гранулювання, для коректного відображення всіх процесів, які відбуваються під час гранулювання, у новій математичній моделі.

**Виклад основного матеріалу.** Модель балансу використовується для опису зміни розподілу розміру частинок процесу гранулювання у псевдозрідженому шарі [8-9].

Загальне рівняння балансу на основі довжини в пакетному режимі, яке описує швидкість зміни функції щільності числа частинок  $n(t, L)$  задається таким чином [10]:

$$\frac{\partial n(t, L)}{\partial t} = B(t, L) \quad (1)$$

$$- \frac{\partial}{\partial L} (G(t, L)n(t, L)) \quad (2)$$

$$+ \frac{L^2}{2} \int_0^L \frac{\beta(t, (L^3 - \lambda^3)^{\frac{1}{3}}, \lambda)}{(L^3 - \lambda^3)^{\frac{2}{3}}} n(t, (L^3 - \lambda^3)^{\frac{1}{3}}) n(t, \lambda) d\lambda - n(t, L) \int_0^\infty \beta(t, L, \lambda) n(t, \lambda) d\lambda \quad (3)$$

$$+ \int_L^\infty S(t, \lambda) b(t, L | \lambda) n(t, \lambda) d\lambda - S(t, L) n(t, L) \quad (4)$$

де (1) – зародження, (2) – зростання, (3) – агрегація, (4) – розламування,  $n(t, L)$  – функція щільності в термінах діаметра частинок  $L$ ,  $\beta(t, L, \lambda)$  – ядро агрегації на основі довжини, яке описує частоту, яку частинки діаметром  $L$  та  $\lambda$  стикають, утворюючи частинку об'ємом  $L^3 + \lambda^3$ ,  $b(t, L | \lambda)$ , є функція розподілу фрагментів, що описує частоту утворення частинок діаметром  $L$  від розпаду частинки діаметром  $\lambda$ ,  $S(t, L)$ , засноване на довжині розриву швидкості вибору, яка є частотою руйнування частинки діаметром  $L$ ,  $B(t, L)$  є швидкістю зародження і  $G(t, L)$  є швидкістю росту.

При гранулюванні у псевдозрідженому шарі зростання частинок в основному викликано механізмом нашаруванням. Однак під час гранулювання у псевдозрідженому шарі відбувається агрегація частинок, яка розглядається як домінуючий процес, і зростання рідко вивчається дослідниками та не входить до моделювання балансу. Для моделювання балансу використовується лише одне ядро зростання гранулювання у псевдозрідженому шарі [9]:

$$G = \frac{2(1-b)\Phi}{\pi \int_0^\infty nL^2 dL} \quad (5)$$

де  $b$  – фракція розпилення, яка сприяє зародженню,  $\Phi$  – розпилена розчинена речовина,  $L$  – діаметр частинок.

У дискретному методі рівняння моделі балансу розв'язується на кожному окремому інтервалі розмірів. Тому перевага цього методу полягає в тому, що як результат отримуємо розподіл частинок за розміром. З іншого боку, щоб досягти відмінної точності, потрібна велика кількість інтервалів, що означає недолік у вигляді величезних витрат на обчислення, особливо для випадків з широким розподілом частинок за розміром.

#### **Метод моменту**

Метод моменту є варіантом розв'язання моделі балансу в умовах моменту, який визначається як:

$$m_k(t) = \int_0^{+\infty} n(L; t) L^k dL \quad (6)$$

де  $k$  – порядок моменту,  $n$  – чисельна щільність довжини,  $L$  – розмір частинок.

Тут популяція описується не властивостями окремих частинок, наприклад, розподілом щільності чисельності  $n$ , а інтегральними величинами розподілу, так званими моментами.

Моменти тісно пов'язані з важливими інтегральними величинами популяції частинок, наприклад, середньою або загальною поверхнею та об'ємом частинок. У порівнянні з моделлю балансу для чисельного розв'язання потрібно менше обчислювальних потужностей.

#### **Модель гідродинаміки**

З поширенням високошвидкісних комп'ютерів, запропоновано модель гідродинаміки - нова модель, що має великий потенціал у наданні детальної інформації про складну динаміку газо-твердої рідини [11]. Загалом, існують дві різні категорії моделей гідродинаміки, які використовуються для моделювання динаміка газових частинок у грануляторі із псевдозрідженим шаром: модель Ейлера та модель Лагранжа.

Модель Ейлера розглядає кожен фазу як взаємопроникний континуум, і обсяг кожної фази не може бути зайнятий іншою фазою, яка вводить поняття частки фазового об'єму. Сума простору частки, яку займає кожна з фаз, дорівнює одиниці. Рівняння частки фазового об'єму:

$$\sum_{q=1}^{n_p} a_q = 1 \quad (7)$$

де  $n_p$  позначає загальну кількість фаз і являє собою об'ємну частку кожної фази  $q$  ( $q=g$ , газова фаза і  $q=s$ , тверда фаза).

Ефективна густина фази  $q$  визначається:

$$\hat{\rho}_q = a_q \rho_q \quad (8)$$

де  $\rho_q$  - фізична густина фази  $q$ .

Модель Ейлера дозволяє включати декілька вторинних твердих тіл фази. Збереження маси та імпульсу виконуються відповідно для кожної фази. Таким чином, модель Ейлера вирішує набір з  $n$  рівнянь безперервності та імпульсу, що змушує цей підхід бути одним із найбільш складних багатофазних моделей.

Рівняння збереження маси для фази  $q$  є:

$$\frac{\partial(a_q \rho_q)}{\partial t} + \nabla \cdot (a_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^{n_p} (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) + S_q \quad (9)$$

де  $n_p$  - кількість фаз і  $\dot{m}_{pq}$  характеризує фазу масообміну  $\rho$  у фазу  $q$ , і  $\dot{m}_{qp}$  характеризує масообмін від фази  $q$  до фази  $\rho$ ,  $S_q$  означає термін джерела маси для фази  $q$ , який за замовчуванням дорівнює нулю.

Рівняння збереження імпульсу для газової фази можна записати так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(a_g \rho_g \vec{v}_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (a_g \rho_g \vec{v}_g) = & -a_g \nabla p + \nabla \cdot \tau_g + a_g \rho_g \vec{g} + \\ & + \sum_{s=1}^{n_s} (K_{gs} (\vec{v}_s - \vec{v}_g) + \dot{m}_{sg} \vec{v}_{sg} - \dot{m}_{gs} \vec{v}_{gs}) + (\vec{F}_g + \vec{F}_{lift,g} + \vec{F}_{vm,g}) \end{aligned} \quad (10)$$

де  $n_s$  позначає кількість твердих фаз. Перший доданок у лівій частині рівняння (10) означає нестационарне прискорення, а другий доданок представляє конвективне прискорення потоку.

Рівняння перенесення гранульованої температури для  $s$ -ої твердої фази пропорційне кінетичній енергії випадкового руху частинок. Отримане рівняння транспорту з кінетичної теорії за моделлю Дінга і Гідаспова [12-13] виглядає так:

$$\frac{3}{2} \left[ \frac{\partial(a_s \rho_s \Theta_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (a_s \rho_s \vec{v}_s \Theta_s) \right] = (-p_s I + \tau_s) : \nabla \vec{v}_s - \nabla \cdot (k_{\Theta_s} \nabla \Theta_s) - \gamma_{\Theta_s} + \varphi_{ps} \quad (11)$$

де  $(-p_s I + \tau_s) : \nabla \vec{v}_s$  - генерація енергії твердим тензором напружень,  $k_{\Theta_s} \nabla \Theta_s$  являє собою дифузію енергії з коефіцієнтом дифузії для гранульованої енергії  $k_{\Theta_s}$ .

Модель багатофазного потоку Ейлера-Ейлера розглядає кожну фазу як окремі взаємопроникні та взаємодіючі континууми в спільній обчислювальній області використання модифікованого рівняння Нав'є-Стокса, при цьому об'єм кожної фази не може бути зайнятий за іншою фазою. У цій схемі, як правило, вважаються тверді частинки ідентичними, що мають репрезентативний діаметр і щільність. Сили взаємодії між фазами моделюються як члени в рівняннях, що описують кожну окрему фазу. Перевагою цього підходу є повномасштабне моделювання процесу. В результаті моделювання методу обчислювальної гідродинаміки на основі каркасу Ейлера-Ейлера є прийнятним для виконання дослідження багатофазного потоку газо-твердих тіл гранулятора з псевдозрідженим шаром [14-18].

Модель Лагранжа розв'язує рівняння руху для кожної частинки з урахуванням зіткнення частинок і сили, що діють на частинку з боку газу, що дозволяє впливати різними властивостями частинок на рух досліджуваної рідини [19-22]. Через обчислювальні обмеження за допомогою моделі Лагранжа все ще неможливо відстежити більше мільйона частинок в межах розумного часу моделювання [23-27]. Тому, коли кількість

частинок велика, як у випадку з псевдозрідженим шаром, обчислювальні вимоги можуть змусити віддавати перевагу моделям Ейлера-Ейлера.

Нарешті модель Лагранжа-Ейлера описує газові бульбашки у вигляді дискретних частинок, які можуть зіштовхуватися, зливатися, зупинятися, скорочуватися та зростати. Модель Ейлера не підходить для твердої фази, але підходить для опису емульсії фази газу та частинок.

Необхідно зазначити, що основою багатомасштабного підходу до моделювання є використання моделей меншого розміру, що враховують різного виду взаємодії (частинка-частинка, газ-частинка), для розробки законів взаємодії для моделей великого масштабу. Експериментальні дослідження підтверджують ефективність такого опису газових та твердих потоків [28-31].

#### **Поєднана модель балансу-гідродинаміки**

Для того, щоб чітко врахувати явища, пов'язані з частинками (наприклад, агломерація), модель балансу повинна бути розв'язана разом з рівнянням безперервності та рівноваги імпульсу, що дає величезний потенціал комбінованого дослідження моделі балансу-обчислювальної гідродинаміки. Об'ємна частка твердого тіла, швидкість частинок і температура, розрахована з рівнянь переносу Нав'є-Стокса за допомогою моделі гідродинаміки допомагає розв'язати модель балансу, оскільки вони пов'язані з ростом частинок, агрегацією та розривом [32-38]. Після того, як рівняння балансу розв'язані, результати можна використовувати для розрахунку середнього діаметра для подальшої модифікації взаємодії газо-твердих тіл в моделі багатозафазного потоку і оновлення інформації про частку, швидкість частинок і температуру для моделі балансу.

#### **Багатокамерна модель балансу**

Виходячи з аналізу, моделювання обчислювальної гідродинаміки дає величезні переваги в прогнозуванні гідродинаміки багатозафазного потоку гранулювання з псевдозрідженим шаром. При цьому основні проблеми - висока вартість обчислень і відсутність безперервного виходу моделі, що є важливими для управління системою на основі моделі. Таким чином багатокамерна модель балансу може скоротити час обчислень і використовуватись для управління, враховуючи локальну гідродинаміку різних областей гранулятора з псевдозрідженим шаром. У багатокамерній моделі балансу гранулятор з псевдозрідженим шаром поділяється на різні камери згідно з дослідженням газо-твердої рідини. Кожен регіон вважається як однорідний, на основі чого реалізована одновимірна модель балансу, щоб передбачити локальне зростання частинок і еволюцію розподілу частинок за розміром, враховуючи частинки, що спілкуються між сусідніми регіонами. Кількість регіонів визначається експериментальним вимірюванням, моделюванням гідродинаміки або емпіричним досвідом [39-40].

**Висновки.** Розглянуто механізм гранулювання та властивості розчину та матеріалу, що впливають на процес гранулювання. Гранулювання у псевдозрідженому шарі є складним процесом взаємодії, на який впливає великий ряд факторів: робочі змінні, властивості матеріалу та параметри обладнання.

Залежно від фокусу дослідження, процес гранулювання у псевдозрідженому шарі можна моделювати на різних рівнях абстракції. У мікроскопічному масштабі моделюється динаміка окремих частинок. Розглядається взаємодія частинки з рідиною, обладнанням чи іншими частинками. Наступним більш грубим рівнем абстракції є мезомасштаб. Тут частинки поділяються на класи відповідно до їх характеристик. Передбачається, що частинки класу мають однакові властивості та динаміку. У макроскопічному масштабі, найгрубшому рівні наближення, увага зосереджена на інтегральній поведінці всієї сукупності частинок. Як наслідок, вибрані значення характеристики описують стан шару частинок. Існують різні підходи до моделювання для кожного масштабу. Пропонується мікроскопічний масштаб описувати за допомогою моделі гідродинаміки, мезомасштаб - за допомогою моделі балансу, а макроскопічний — методом моментів або за допомогою моделі Лагранжа-Ейлера.

Розглянуто також поєднана модель балансу-гідродинаміки та багатокамерна модель балансу, що можуть використовуватись для задач побудови інформаційної технології управління процесом гранулювання у псевдозрідженому шарі.

#### **Список використаної літератури**

1. Iveson S.M. Nucleation, growth and breakage phenomena in agitated wet granulation processes: a review // *Powder Technology*. 2001. №117 (1-2). P. 3-39.
2. Bouffard J., Kaster M., Dumont H. Influence of Process Variable and Physicochemical Properties on the Granulation Mechanism of Mannitol in a Fluid Bed Top Spray Granulator // *Drug Development and Industrial Pharmacy*. 2005. №31 (9). P. 923-933.

3. Reynolds G.K. Breakage in granulation: A review // *Chemical Engineering Science*. 2005. №60 (14). P. 3969-3992.
4. Schæfer T., Mathiesen C. Melt pelletization in a high shear mixer. IX. Effects of binder particle size // *International Journal of Pharmaceutics*. 1996. №139 (1-2). P. 139-148.
5. Biggs C.A. Fluidised bed granulation: modelling the growth and breakage kinetics using population balances // *Proceedings of World Congress on Particle Technology*. Sydney. 2002. P. 629-636.
6. Rambali B., Baert L., Massart D. Using experimental design to optimize the process parameters in fluidized bed granulation on a semi-full scale // *International Journal of Pharmaceutics*. 2001. №220 (1-2). P. 149-160.
7. Hemati M. Fluidized bed coating and granulation: influence of process-related variables and physicochemical properties on the growth kinetics // *Powder Technology*. 2003. №130 (1-3). P. 18-34.
8. Adetayo A.A. Population balance modelling of drum granulation of materials with wide size distribution // *Powder Technology*. 1995. №82 (1). P. 37-49.
9. Vreman A.W., van Lare C.E., Hounslow M.J. A basic population balance model for fluid bed spray granulation // *Chemical Engineering Science*. 2009. №64 (21). P. 4389-4398.
10. Hounslow M.J., Pearson J.M.K., Instone T. Tracer studies of high-shear granulation: II. Population balance modeling // *AIChE Journal*. 2001. №47 (9). P. 1984-1999.
11. van Peborgh Gooch, J.R., Hounslow M.J. Monte Carlo simulation of size enlargement mechanisms in crystallization // *AIChE Journal*. 1996. №42 (7). P. 1864-1874.
12. Gidaspow D. Multiphase flow and fluidization: Continuum and kinetic theory descriptions // *Academic Press*. San Diego. 1994.
13. Ding J., Gidaspow D. A bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow // *AIChE Journal*. 1990. №36 (4). P. 523-538.
14. Syamlal M., Rogers W., Brien O. MFIx Documentation // *National Technical Information Service*, Springfield. №1.
15. Gidaspow D., R.B., J.D., Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds // *Kinetic Theory Approach*. In Fluidization VII, Proceeding of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization. 1992. P. 75-82.
16. Lun C.K.K., Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field // *Journal of Fluid Mechanics*. 1984. №140. P. 223-256.
17. Korniyenko B.Y. The two phase model of formation of mineral fertilizers in the fluidized-bed granulator // *The Advanced Science Journal*. 2013. №4. P. 41-44.
18. Корнієнко Б.Я. Двохфазна модель процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі // *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження»*. 2012. №2(10). С. 31-35.
19. Ладієва Л.Р., Борзенкова С.В. Трьохфазна математична модель процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі // *Науковий журнал «Вісник Національного авіаційного університету»*. 2019. 2(42). С. 239-245.
20. Корнієнко Б.Я. Інформаційні технології оптимального управління виробництвом мінеральних добрив. Київ. 2014. 288 с.
21. Ладієва Л.Р.б Колесник М.В. Побудова оптимальної системи керування процесом гранулювання в псевдозрідженому шарі // *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту*. Херсон. 2015. С. 78-80.
22. Ладієва Л.Р.б Мироненко О.М. Стохастичне керування процесом гранулювання мінеральних добрив у псевдозрідженому шарі // *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту*. Херсон. 2014. С. 121-123.
23. Корнієнко Б.Я. Двохфазна модель процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі // *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження»*. 2012. №2 (10). С. 31-35.
24. Корнієнко Б.Я. Математичне моделювання динаміки процесів переносу при зневодненні та гранулюванні у псевдозрідженому шарі // *Науковий журнал «Вісник Національного авіаційного університету»*. 2012. №4 (53). С. 84-90.
25. Korniyenko B.Y. Modeling of transport processes in disperse systems // *The Advanced Science Journal*. 2013. №1. P. 7-10.
26. Корнієнко Б.Я. Мінеральні добрива. Двохфазна модель утворення в грануляторі із псевдозрідженим шаром // *Хімічна промисловість України*. 2013. №1. С. 39-43.

27. Корнієнко Б.Я., Ладієва Л.Р., Снігур О.В. Гранулювання у псевдозрідженому шарі. Дослідження детермінованого хаосу процесу // Хімічна промисловість України. 2013. №2. С. 20-23.
  28. Korniyenko B.Y. Research modes of a fluidized bed granulator // The Advanced Science Journal. 2013. № 5. P. 12-15.
  29. Корнієнко Б.Я. Ідентифікація процесу гранулювання мінеральних добрив у апараті з псевдозрідженим шаром // Наукоємні технології. 2013. №3 (19). С. 280-284.
  30. Korniyenko B.Y., Osipa L. Identification of the granulation process in the fluidized bed // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2018. №13 (14). P. 4365-4370.
  31. Korniyenko B., Ladieva L. Mathematical Modeling Dynamics of the Process Dehydration and Granulation in the Fluidized Bed. Advances in Intelligent Systems and Computing // 1247 AISC. 2021. P. 18-30.
  32. Korniyenko B., Ladieva L., Galata L. Control system for the production of mineral fertilizers in a granulator with a fluidized bed // 2020 2nd IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory. 2020. №9349344. P. 307-310.
  33. Korniyenko B.Y., Borzenkova S.V., Ladieva L.R. Research of three-phase mathematical model of dehydration and granulation process in the fluidized bed // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2019. №14 (12). P. 2329-2332.
  34. Korniyenko B.Y., Ladieva L.R. Mathematical modeling dynamics of the process dehydration and granulation in the fluidized bed // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту. Херсон. 2019. P. 86-88.
  35. Корнієнко Б.Я. Мінеральні добрива. Оптимізація процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі // Хімічна промисловість України. 2013. № 4. С. 69-73.
  36. Korniyenko B.Y. Static and dynamic characteristics of transport processes in disperse systems // Наукоємні технології. 2013. №2 (18). С. 166-170.
  37. Корнієнко Б.Я. Мінеральні добрива. Статична оптимізація процесу гранулювання у псевдозрідженому шарі // Хімічна промисловість України. 2013. № 5. С. 36-40.
  38. Корнієнко Б.Я. Ідентифікація процесу гранулювання мінеральних добрив у апараті з псевдозрідженим шаром // Наукоємні технології. 2013. №3 (19). С. 280-284.
  39. Корнієнко Б.Я. Задачі оптимізації зневоднення та гранулювання мінеральних добрив у псевдозрідженому шарі // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2014. №1( 12). С. 28-31.
  40. Kornienko Y.M., Liubeka A.M., Sachok R.V., Korniyenko B.Y. Modeling of heat exchangement in fluidized bed with mechanical liquid distribution // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2019. №14 (12). P. 2203-2210.
- 

**Bogdan Korniyenko, Andrii Nesteruk**

#### **MATHEMATICAL MODELLING OF GRANULATION PROCESS IN FLUIDISED BED (Overview of models)**

*One of the most common methods of making mineral fertilizers is granulation. Fertilizers in the form of granules have a number of advantages over conventional fertilizers in the form of powder or liquid, namely, ease of transportation, well absorbed and less susceptible to weathering from the soil, convenient to use. To obtain solid particles from liquid starting material such as solutions, emulsions or suspensions, the following processes are used: crystallization, granulation, spray drying. Depending on the focus of the study, the fluidized bed granulation process can be modeled at different levels of abstraction. The dynamics of individual particles is modeled on a microscopic scale. The interaction of a particle with a liquid, equipment or other particles is considered. The next rougher level of abstraction is the mesoscale. Here the particles are divided into classes according to their characteristics. It is assumed that the particles of the class have the same properties and dynamics. On a macroscopic scale, the roughest level of approximation, attention is focused on the integral behavior of the whole set of particles. As a result, the selected characteristic values describe the state of the particle layer. There are different approaches to modeling for each scale. It is proposed to describe the microscopic scale using the hydrodynamics model, the mesoscale using the balance model, and the macroscopic scale using the moments method or the Lagrange-Euler model. A combined balance-hydrodynamics model and a multi-chamber balance model that can be used for the tasks of building information technology for fluidized bed granulation process control technology are also considered.*

**Keywords:** fluidized bed, mathematical model, granulation, mineral fertilizers.

### References

1. Iveson, S.M., et al. (2001), "Nucleation, growth and breakage phenomena in agitated wet granulation processes: a review", *Powder Technology*, no 117 (1–2), pp. 3-39.
2. Bouffard, J., M. Kaster, and H. Dumont (2005), "Influence of Process Variable and Physicochemical Properties on the Granulation Mechanism of Mannitol in a Fluid Bed Top Spray Granulator", *Drug Development and Industrial Pharmacy*, no 31(9), pp. 923-933.
3. Reynolds, G.K., et al. (2005), "Breakage in granulation: A review", *Chemical Engineering Science*, no 60(14), pp. 3969-3992.
4. Schæfer, T. and C. Mathiesen (1996), "Melt pelletization in a high shear mixer. IX. Effects of binder particle size", *International Journal of Pharmaceutics*, no 139(1-2), pp. 139-148.
5. Biggs, C.A., et al. (2002), "Fluidised bed granulation: modelling the growth and breakage kinetics using population balances", *Proceedings of World Congress on Particle Technology*, pp. 629-636.
6. Rambali, B., L. Baert, and D.L. Massart (2001), "Using experimental design to optimize the process parameters in fluidized bed granulation on a semi-full scale", *International Journal of Pharmaceutics*, no 220(1–2), pp. 149-160.
7. Hemati, M., et al. (2003), "Fluidized bed coating and granulation: influence of process-related variables and physicochemical properties on the growth kinetics", *Powder Technology*, no 130(1–3), pp. 18-34.
8. Adetayo, A.A., et al. (1995), "Population balance modelling of drum granulation of materials with wide size distribution", *Powder Technology*, no 82(1), pp. 37-49.
9. Vreman, A.W., C.E. van Lare, and M.J. Hounslow (2009), "A basic population balance model for fluid bed spray granulation", *Chemical Engineering Science*, no 64(21), pp. 4389-4398.
10. Hounslow, M.J., J.M.K. Pearson, and T. Instone (2001), "Tracer studies of high-shear granulation: II. Population balance modeling", *AIChE Journal*, no 47(9), pp. 1984-1999.
11. van Peborgh Gooch, J.R. and M.J. Hounslow (1996), "Monte Carlo simulation of size-enlargement mechanisms in crystallization", *AIChE Journal*, no 42(7), pp. 1864-1874.
12. Gidaspow, D. (1994), "Multiphase flow and fluidization: Continuum and kinetic theory descriptions", *Academic Press*
13. Ding, J. and D. Gidaspow (1990), "A bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow" *AIChE Journal*, no 36(4), pp. 523-538.
14. M. Syamlal, W. Rogers, and O'Brien T. J., "MFIx Documentation", *National Technical Information Service*, no 1
15. Gidaspow, D., R.B., and J.D. (1992), "Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds", *Kinetic Theory Approach. In Fluidization VII, Proceeding of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization*, pp. 75-82.
16. Lun, C.K.K., et al. (1984), "Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field", *Journal of Fluid Mechanics*, no 140, pp. 223-256.
17. Korniyenko B.Y. (2013), "The two phase model of formation of mineral fertilizers in the fluidized – bed granulator", *The Advanced Science Journal*, no 4, pp. 41-44.
18. Korniyenko B.Y. (2012), "Two-phase model of dehydration and granulation process in fluidized bed", *Bulletin of the National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Series "Chemical Engineering, Ecology and Resource Conservation"*, no 2(10), pp. 31–35.
19. Ladieva L.R. (2019), "Three-phase mathematical model of the process of dehydration and granulation in a fluidized bed", *Science-intensive technologies* no 2(42), pp. 239-245.
20. Korniyenko B.Y. (2014), "Information technologies of optimal management of mineral fertilizers production: monograph", *Agrar Media Group Publishing House*, p. 288.
21. Ladieva L.R. (2015), "Construction of an optimal control system for the granulation process in a fluidized bed" *Intelligent decision-making systems and problems of computational intelligence: coll. Science. Proceedings of the International Conference (ISDMCI 2015)*, pp. 78-80.
22. Ladieva L.R. (2014), "Stochastic control of the process of granulation of mineral fertilizers in a fluidized bed", *Intelligent decision-making systems and problems of computational intelligence: collection. Science. Proceedings of the International Conference (ISDMCI 2014)*, pp. 121-123.
23. Korniyenko B.Y. (2012), "Two-phase model of dehydration and granulation process in fluidized bed", *Bulletin of the National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Series "Chemical Engineering, Ecology and Resource Conservation"*, no 2(10), pp. 31–35.

24. Korniyenko B.Y. (2012), “Mathematical modeling of the dynamics of transfer processes during dehydration and granulation in a fluidized bed”, *Scientific Journal "Bulletin of the National Aviation University"*, no 4(53), pp. 84-90.
25. Korniyenko B.Y. (2013), “Modeling of transport processes in disperse systems”, *The Advanced Science Journal*, no 1, pp. 7-10.
26. Korniyenko B.Y. (2013), “Mineral fertilizers. Two-phase model of formation in a granulator with a fluidized bed”, *Chemical industry of Ukraine*, no 1, pp. 39-43.
27. Korniyenko B.Y. (2013), “Granulation in a fluidized bed. Research of deterministic process chaos”, *Chemical industry of Ukraine*, no 2, pp. 20-23.
28. Korniyenko B.Y. (2013), “Research modes of a fluidized bed granulator”, *The Advanced Science Journal*, no 5, pp. 12-15.
29. Korniyenko B.Y. (2013), “Identification of the process of granulation of mineral fertilizers in the apparatus with a fluidized bed”, *Science-intensive technologies*, no 3(19), pp. 280-284.
30. Korniyenko B.Y. (2018), “Identification of the granulation process in the fluidized bed”, *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, no 13(14), pp. 4365-4370.
31. Korniyenko, B., Ladieva, L. (2021), “Mathematical Modeling Dynamics of the Process Dehydration and Granulation in the Fluidized Bed”, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, pp. 18-30.
32. Korniyenko, B., Ladieva, L., Galata, L. (2020), “Control system for the production of mineral fertilizers in a granulator with a fluidized bed”, *ATIT 2020 - Proceedings: 2020 2nd IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory*, no 9349344, pp. 307-310.
33. Korniyenko, B.Y., Borzenkova, S.V., Ladieva, L.R. (2019), “Research of a three-phase mathematical model of dehydration and granulation process in the fluidized bed”, *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, no 14(12), pp. 2329-2332.
34. Korniyenko B.Y., Ladieva L.R. (2019), “Mathematical modeling dynamics of the process of dehydration and granulation in the fluidized bed”, *Intelligent decision-making systems and problems of computational intelligence: materials intern. Science*, pp. 86-88.
35. Korniyenko B.Y. (2013), “Mineral fertilizers. Optimization of the dehydration and granulation process in the fluidized bed”, *Chemical industry of Ukraine*, no 4. pp. 69-73.
36. Korniyenko B.Y. (2013), “Static and dynamic characteristics of transport processes in disperse systems”, *Scientific technologies*, no 2(18), pp. 166-170.
37. Korniyenko B.Y. (2013), “Mineral fertilizers. Static optimization of the granulation process in a fluidized bed”, *Chemical industry of Ukraine*, no 5. pp. 36-40.
38. Korniyenko B.Y. (2013), “Identification of the process of granulation of mineral fertilizers in the apparatus with a fluidized bed”, *Science-intensive technologies*, no 3(19), pp. 280-284.
39. Korniyenko B.Y. (2014), “Problems of dehydration optimization and granulation of mineral fertilizers in the fluidized bed”, *Bulletin of the National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Series "Chemical Engineering, Ecology and Resource Conservation"*, no 1(12), pp. 28-31.
40. Kornienko, Y. M., Liubeka, A. M., Sachok, R. V., Korniyenko, B. Y. (2019), “Modeling of heat exchangement in fluidized bed with mechanical liquid distribution”, *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, no 14 (12) pp. 2203-2210.