

УДК [678.073:004.356.2]:004.942]-026.56(045)

СОЛОВЕЙ В. В.¹, аспірант; КАРВАЦЬКИЙ А. Я.¹, д.т.н., проф., с.н.с.; ЛАЗАРЄВ Т. В.², к.т.н.; МІКУЛЬОНОК І. О.¹, д.т.н., проф., с.н.с.; ОМЕЛЬЧУК І. В.¹, студентка

¹Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

²Державне Підприємство «Конструкторське Бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля

ВИЗНАЧЕННЯ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ 3D-ДРУКОВАНИХ ПОЛІМЕРНИХ ВИРОБІВ МЕТОДАМИ СТРУКТУРНОЇ МЕХАНІКИ

Сформульовано математичні моделі задач напружено-деформованого стану (НДС) для моделювання випробувань зразків полімерних композитів, отриманих методом пошарового наплавлення fused deposition modeling; FDM), у наближеннях ізотропного і ортотропного середовищ та розроблено відповідні числові моделі розв'язання цих задач. Розроблено алгоритм розв'язання оберненої задачі НДС для визначення ефективних механічних властивостей композитних виробів, надрукованих за методом FDM, який базується на отриманні осереднених розв'язків задач НДС для гетерогенного ізотропного середовища і використанні закону Гука для гомогенного ортотропного середовища. Проведено числові експерименти з визначення ефективних механічних властивостей зразків композитних полімерних матеріалів в наближенні ортотропного гомогенного середовища. Виконано порівняння отриманих результатів з даними, одержаними за аналітичними залежностями для визначення ефективних механічних властивостей композитних матеріалів. Отримано залежності ефективних механічних властивостей полімерних композитів від об'ємної частки армувального волокна, що потрібно для оперативного прогнозування механічних характеристик під час розробки нових матеріалів.

Ключові слова: адитивні технології, метод пошарового наплавлення, полімерний композит, механічні властивості, напружено-деформований стан, числове моделювання.

DOI: 10.20535/2617-9741.2.2021.235853

© Соловей В. В., Карвацький А. Я., Лазарєв Т. В., Мікульонек І. О., Омельчук І. В., 2021.

Постановка проблеми. На початку третього тисячоліття адитивні технології виробництва отримали широкого застосування в інноваційних розробках багатьох галузей науки і техніки. При цьому одним із найпоширеніших способів прототипування (3D-друку) полімерних виробів є метод моделювання пошаровим наплавленням (fused deposition modeling (FDM)), який передбачає створення деталей за допомогою нанесення термопластичного матеріалу шар за шаром [1, 2].

Полімерні матеріали, що використовуються для 3D-друку характеризуються ізотропністю своїх фізичних властивостей. До цих матеріалів зокрема відносяться: полілактид (polylactid acid (PLA)), акрилонітрил бутадієн стирол (acrylonitrile butadiene styrene (ABS)), поліфеніленсульфід (polyphenylsulfone (PPSU)) тощо. При цьому для тривимірного друку композитних виробів на основі полімерів використовуються короткі або довгі (неперервні) армувальні волокна (нейлон (nylon), параарамід (para-aramid) та ін.), які теж характеризуються ізотропними властивостями. Однак, внаслідок пошарового накладання ниток (стренг) матеріалу й утворення порожнистих каналів між ними у процесі тривимірного друку методом FDM, всі вироби, навіть у разі використання однорідних матеріалів, характеризуються анізотропією (ортотропією) фізичних властивостей [3, 4]. Фактично внаслідок особливостей структури з наявними порожнистими каналами, утвореної просторовим друком за FDM, отримані в такий спосіб полімерні вироби є своєрідними односпрямованими композитами. Це спричинює зменшення міцності виробів у поперечному напрямку (відносно напрямку друку). Окрім зниження міцності, складна структура виробів, отриманих методом FDM, також спричинює значні труднощі під час виконання розрахунків напружено-деформованого стану (НДС) у частині врахування геометричних особливостей структури малого масштабу, побудови геометричних моделей та їх дискретизації і, відповідно, значних вимог до обчислювальних ресурсів. Раціональним вирішенням проблеми числового аналізу НДС може бути визначення й використання ортотропних ефективних механічних властивостей полімерних і композитних виробів замість ізотропних [5]. При цьому вироби приймаються як однорідні (гомогенні) середовища, але для врахування властивостей ортотропності

математичне формулювання задачі НДС порівняно з ізотропним наближенням дещо ускладнюється.

Одним з методів отримання ефективних механічних властивостей композитних матеріалів в ортотропному наближенні може бути використання числових розв'язків обернених задач НДС [5].

Аналіз попередніх досліджень. Загальною науковою проблемою є розробка нових полімерних композитних матеріалів з покращеними властивостями порівняно з існуючими, методик вимірювання та дослідження їхніх фізичних властивостей.

Існуючі методи досліджень механічних властивостей можна поділити на феноменологічні, що базуються на макроскопічних характеристиках суцільного середовища, таких як модулі пружності і зсуву, коефіцієнт Пуассона тощо і наномасштабні (атомістичні), які ґрунтуються на енергетичних потенціалах міжатомної взаємодії (Ленарда–Джонса, Морзе), константах силового поля тощо. Теоретичною основою феноменологічних методів є структурна механіка (СМ), а атомістичних – молекулярна механіка й молекулярна динаміка [6, 7].

Зупинимось більш детально на феноменологічних методах дослідження, які у свою чергу поділяються на експериментальні й теоретичні. Теоретичним підґрунтям цих методів є класичний метод визначення усереднених компонентів тензора напруження за заданого вектора переміщень (тензора деформації) на зразках з гетерогенного матеріалу, в яких гомогенний НДС здійснюється тільки в середньому [5, 8]. Знайдений тензор напруження за заданого тензора деформації за допомогою фізичного закону Гука дає змогу визначити ефективні механічні властивості або тензор фізичних констант композитного матеріалу. Таким чином, експериментальні методи дають змогу на підставі серії спеціальних фізичних випробувань зразків неоднорідних композитних матеріалів і закону Гука для однорідного середовища визначити усереднені феноменологічні коефіцієнти. У разі ортотропного середовища це вектори ефективних модулів пружності і зсуву та шість ефективних значень компонентів тензора коефіцієнта Пуассона. Теоретичний метод фактично збігається з експериментальним, але для знаходження усередненого НДС зразків гетерогенного матеріалу зазвичай використовується числовий метод, наприклад, метод скінченних елементів (МСЕ). Важливою відмінністю між цими методами є також те, що в експерименті не потрібні знання гомогенних властивостей складових композиту, що є обов'язковим для визначення усередненого НДС у теоретичному підході.

Для теоретичного визначення ефективних механічних властивостей композитних матеріалів широкого застосування отримали аналітичні співвідношення [4, 5, 8, 9]. Теоретичні основи аналітичних методів визначення ефективних механічних характеристик композитів на прикладі полікристалів були закладені ще Voight [9] і Reuss [5, 8]. Усереднення за Voight отримано за умови, що композит знаходиться під дією сталої деформації (1), а за Reuss – сталою напруження (2)

$$E_{ef}^V = \sum_{i=1}^n E_i \alpha_i ; \quad (1)$$

$$E_{ef}^R = \left[\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{E_i} \right]^{-1}, \quad (2)$$

де E_i – модуль пружності i -го матеріалу композиту; α_i – об'ємна частка i -го матеріалу у складі композиту; n – кількість компонент композиту; E_{ef}^V , E_{ef}^R – ефективні значення модуля пружності композитного матеріалу осереднені за Voight і Reuss, відповідно.

До недоліків осереднення за Voight і Reuss відносяться такі: формула (1) надає завищені значення ефективного пружного модуля, а формула (2) – навпаки, занижену. За даними [10] найбільш імовірним значенням ефективних модулів пружності є середнє значення співвідношень (1), (2).

Із праць, присвячених ефективним механічним властивостям композитних матеріалів, найбільшої уваги заслуговує стаття [5], в якій розроблено алгоритм і числову методику визначення усереднених ефективних характеристик композитів на базі математичного формулювання задачі НДС у вигляді двовимірного узагальненого плоско-деформованого стану й узагальненого закону Гука в прямому і оберненому формулюваннях та розроблено відповідні числові моделі. У цій статті виконано дослідження ефективних пружних характеристик односпрямованого композитного матеріалу з симетричною структурою поперечного перерізу. При цьому для розв'язання задачі повздовжнього зсуву використовується підхід теплової аналогії,

що потребує додаткового математичного формулювання та дещо ускладнює процедуру визначення відповідного зсувного напруження. Використання в [5] двовимірного формулювання задачі НДС також значно обмежує застосування розробленої числової методики й унеможливорює її пряме застосування для композитів з дво- і триспрямованих композитів з ортотропними властивостями та з несиметричною структурою поперечного перерізу, що виникає у виробів, надрукованих за методом FDM.

Аналогічний до [5] підхід для визначення механічних властивостей полімерного скла раніше було використано у праці [11], але на атомістичному рівні із застосуванням методів механіки й молекулярної динаміки [12].

У праці [13] запропоновано методологію прогнозування механічних властивостей і мезоструктури полімерів, надрукованих методом FDM з використанням аналітичного підходу. Наведено феноменологічні вирази для модуля пружності й максимального напруження як функції двох структурних параметрів: кількості шарів і щільності порожнин (повітряних каналів), що утворюються під час 3D-друку. Однак, наведені в цій праці аналітичні вирази для полімерних механічних властивостей для поздовжньої растрової й поперечної орієнтації містять деякі параметри та емпіричні фактори, які визначено тільки для матеріалу ABS, що унеможливорює їхнє застосування в практичних розрахунках НДС інших полімерів.

Статтю [14] присвячено розробці й дослідженню наномодифікованих композитних матеріалів на основі ABS, що використовуються для виготовлення деталей за допомогою тривимірного друку методом FDM. У цій праці виконано дослідження механічних характеристик 3D-друкованих зразків композитів наномодифікованих багат шаровими нанотрубками (multiwall carbon nanotube (MWCNT)) різної концентрації у вигляді діаграм напруження–переміщення під час одновісного випробування, з якої можна отримати залежність модуля пружності від деформації. Проте цих даних недостатньо для виконання розрахунків на міцність, оскільки відсутні експериментальні дані з визначення коефіцієнта Пуассона й модуля зсуву.

У праці [15] також наведено розробки наномодифікованих композитних матеріалів на основі PLA для 3D-друку виробів методом FDM. При цьому виконано дослідження тільки реологічних та електричних властивостей пропонованих композитів. Тобто механічні властивості досліджено не було.

Працю [16] присвячено теоретично-експериментальному дослідженню механічних властивостей гетерогенних композитів, армованих неперервними волокнами (continuous fiber reinforced heterogeneous composites (CFRHC)), що застосовуються для виготовлення деталей просторовим друком методом FDM. Програма досліджень містила випробування зразків CFRHC на розтяг, стискання й вигин, руйнування тощо. При цьому для виконання числових досліджень міцності властивості зразків CFRHC приймалися гомогенними й були отримані за адитивними аналітичними співвідношеннями типу Voight [9] залежно від об'ємної частки армувального волокна.

З проведеного літературного огляду наявних джерел інформації випливає те, що загальною невирішеною проблемою є відсутність ефективних методик дослідження механічних властивостей полімерних і композитних матеріалів, надрукованих методом FDM.

Метою статті є дослідження ефективних механічних властивостей полімерних і композитних матеріалів в ортотропному наближенні, виготовлених просторовим друком на основі методу моделювання пошаровим наплавленням.

Для досягнення мети статті були поставлені такі завдання:

– сформулювати математичні моделі задач НДС для моделювання випробувань зразків полімерів, отриманих методом FDM, у наближенні ізотропного (неоднорідного) та ортотропного (однорідного) середовищ та розробити відповідні числові моделі розв'язання цих задач;

– розробити алгоритм розв'язання оберненої задачі НДС для визначення ефективних механічних властивостей композитних (полімерних) виробів надрукованих за методом FDM, що базується на отриманні осереднених розв'язків задач НДС для неоднорідного ізотропного середовища й використанні загального закону Гука для однорідного ортотропного середовища;

– виконати числові експерименти з визначення ефективних механічних властивостей зразків композитних полімерних матеріалів у наближенні ортотропного однорідного середовища, а також порівняти отримані результати з даними, одержаними за адитивними аналітичними залежностями для визначення ефективних механічних властивостей композитних матеріалів;

– отримати залежності для оперативного прогнозування ефективних механічних властивостей полімерних композитів в ортотропному наближенні при зміні об'ємної частки армувального волокна.

Виклад основного матеріалу. Математична постановка задачі НДС для композитних матеріалів з

лінійними анізотропними (ортотропними) властивостями описується системою диференціальних рівнянь, що містить: рівняння рівноваги, геометричне рівняння у вигляді тензора малих деформацій та фізичне рівняння – узагальнений закон Гука в оберненій формі [17]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \hat{\sigma} + \rho \mathbf{b} = 0; \\ \hat{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}\nabla + \nabla\mathbf{u}), \\ \hat{\sigma} = \hat{\mathbf{C}} : \hat{\varepsilon}, \end{cases} \quad (3)$$

де $\nabla = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$ – оператор Гамільтона, м^{-1} ; \mathbf{x} – декартові координати, м ; (\cdot) – оператор скалярного добутку тензорів;

$\hat{\sigma}$ – симетричний тензор напруження другого рангу, Па; ρ – густина, $\text{кг}/\text{м}^3$; \mathbf{b} – вектор масових сил, $\text{Н}/\text{кг}$;

$\hat{\varepsilon}$ – симетричний тензор пружних деформацій другого рангу; \mathbf{u} – вектор переміщення, м ; $\hat{\mathbf{C}}$ – тензор четвертого рангу пружних констант анізотропного матеріалу, який включає 81 компоненту, Па; $(:)$ – оператор подвійного скалярного добутку тензорів.

Граничні умови для (3) включають:

– переміщення або закріплення

$$\mathbf{u}|_{S_u} = 0, \quad (4)$$

де S_u – поверхня, на якій задано вектор переміщення, м^2 ;

– симетрії

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}|_{S_{su}} = 0, \quad (5)$$

де \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні тіла; S_{su} – поверхня симетрії тіла, м^2 ;

– зовнішній тиск

$$(\hat{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}|_{S_p} = p, \quad (6)$$

де p – зовнішній тиск, який задано на поверхні S_p , Па.

У тензорній формі запису узагальнений закон Гука (обернена форма), що встановлює зв'язок між напруженням і деформацією, має вигляд

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (7)$$

де C_{ijkl} , $i, j, k, l = 1, 2, 3$ – декартовий тензор четвертого рангу пружних властивостей матеріалу, Па.

З урахуванням симетрії тензорів σ_{ij} і ε_{kl} та переходу на векторне (одноіндексне) їх представлення $\sigma_i, i = \overline{1,6}$, $\varepsilon_j, j = \overline{1,6}$, $C_{ij}, ij = \overline{1,6}$ узагальнений закон Гука (7) набуває вигляду [17]

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j, \quad i, j = \overline{1,6}. \quad (8)$$

Для матеріалів з ортотропними властивостями тензор пружних констант (матриця жорсткості) C_{ij} виражається за допомогою тензора піддатливості матеріалу D_{ij} , який використовується в прямій формі закону Гука (оберненій до (7))

$$\varepsilon_i = D_{ij}\sigma_j, \quad i, j = \overline{1,6}. \quad (9)$$

Декартовий тензор другого рангу піддатливості для ортотропного матеріалу можна записати в матричному вигляді [18]

$$[D] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_3} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

де $E_i, G_i, i = \overline{1,3}$ – компоненти векторів модулів пружності і зсуву, відповідно, Па; $\nu_{ij}, i, j = \overline{1,3}, i \neq j$ – компоненти тензора коефіцієнтів Пуассона (Poisson's).

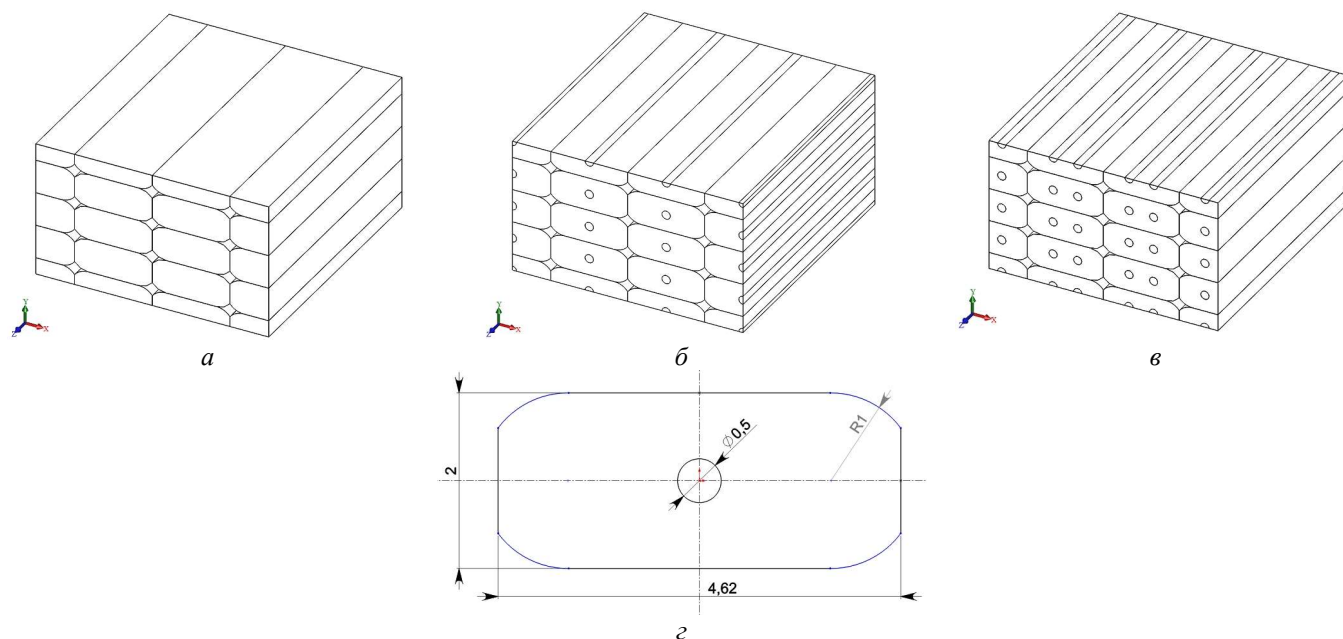
Тоді матриця жорсткості ортотропного матеріалу визначається як обернена до матриці піддатливості

$$[C] = [D]^{-1} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Для ізотропного матеріалу матриця жорсткості використовується в явному вигляді [18].

Алгоритм розв'язання оберненої задачі НДС. Алгоритм визначення композитного матеріалу надрукованого за методом FDM з використанням числового моделювання може бути таким.

1) Зразок композитного матеріалу приймається гетерогенним з гомогенними ізотропними властивостями кожного його компонента. З використанням математичної постановки (3)–(5) для ізотропних середовищ виконується серія числових розв'язків задачі НДС зразка композитного (полімерного) матеріалу представницького об'єму (рис. 1). При цьому контакти між стренгами виробу й матрицею та армувальним волокном всередині кожного стренгу приймаються абсолютними. Серія числових випробувань зразків (рис. 1), потрібних для визначення усереднених ортотропних механічних властивостей, включає: три випробування на розтяг у нормальних напрямках 1, 2, 3, або x, y, z і три випробування на зсув у тангенціальних напрямках 12, 23, 13, або xy, yz, xz .



$$V = L_x L_y L_z = L_1 L_2 L_3 = 13.84 \cdot 10^{-3} \times 8.0 \cdot 10^{-3} \times 15.0 \cdot 10^{-3} = 1,66 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 - \text{об'єм і розміри зразків};$$

a – стренги без армувальних волокон (0-й ступінь армування стренгу); *б* – стренги з одним армувальним волокном (1-й ступінь армування); *в*) стренги з двома армувальними волокнами (2-й ступінь армування); *г* – переріз стренги з одним армувальним волокном

Рис. 1 – Структура полімерних та композитних виробів (зразків) з різним ступенем армування надрукованих за методом FDM представницького об'єму

2) Осереднення, отриманих у кожному з шести числових експериментах (випробуваннях) тензорів напруження й деформації. Зразок композитного (полімерного) матеріалу умовно вважається гомогенним ортотропним матеріалом з усередненими властивостями за об'ємом зразка V [5]

$$\langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_i dV, \quad \langle \varepsilon_i \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_i dV, \quad i = \overline{1,6}, \quad (12)$$

де $\langle \rangle$ – оператор, що вказує на середнє значення величини.

3) На підставі узагальненого закону Гука в оберненій формі, записаного для осереднених величин

$$\langle \sigma_j \rangle = \langle c_{ij} \rangle \langle \varepsilon_j \rangle, \quad i, j = \overline{1,6}, \quad (13)$$

визначаються усереднені компоненти матриці жорсткості (11) в ортотропному наближенні для кожного з шести числових експериментів за співвідношенням

$$\langle c_{ij} \rangle = \frac{\langle \sigma_j \rangle}{\langle \varepsilon_j \rangle}, \quad i, j = \overline{1,6}, \quad (14)$$

з використанням яких і формується матриця жорсткості композитного (полімерного) матеріалу $\langle [C] \rangle$.

4) За допомогою процедури обернення матриці жорсткості

$$\langle [D] \rangle = \langle [C]^{-1} \rangle, \quad (15)$$

отримується усереднена матриця піддатливості $\langle [D] \rangle$, з компонентів якої (10) визначаються шукані ефективні механічні властивості еквівалентного до вихідного композитного (полімерного) матеріалу в ортотропному наближенні: по три компоненти векторів модулів пружності і зсуву, відповідно, і шість компонент тензора коефіцієнтів Poisson's.

Методика проведення числових експериментів. Серія з шести числових експериментів для кожного зразка (рис. 1) включає випробування на розтяг і зсув, що різняться між собою заданням відповідних граничних умов (ГУ) та визначенням компонентів матриці жорсткості (14) [5, 7, 11, 12].

1) Розтяг в напрямку 1 (X):

- на площинах $x_1 = 0$ і $x_2 = 0$ – задаються умови симетрії;
- на площині $x_1 = L_1$ – переміщення по $u_1 = L_1\varepsilon$;
- на площині $x_2 = L_2$ – закріплення по $u_2 = 0$;
- на площинах $x_3 = 0$ і $x_3 = L_3$ – закріплення по $u_3 = 0$,

де $\varepsilon = 10^{-3}$ – деформація.

Вектор середніх деформацій під час цього випробування має вигляд $\langle \varepsilon \rangle = [\langle \varepsilon_1 \rangle \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

Внаслідок односпрямованості досліджуваних зразків (рис. 1) і спеціально заданих ГУ поля компонент тензора напруження не залежать від напрямку 3 (Z) і тому можуть бути осереднені не за об'ємом зразка (12), а за площею перерізу S_{12} (S_{xy}), що також справедливо і для подальших числових експериментів

$$\langle \sigma_1 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_1 dS_{12}, \quad \langle \sigma_2 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_2 dS_{12}. \quad (16)$$

На підставі отриманих значень $\langle \sigma_1 \rangle$, $\langle \sigma_2 \rangle$ і заданого в цьому випробуванні $\langle \varepsilon_1 \rangle$ визначаються усереднені компоненти матриці жорсткості $\langle c_{11} \rangle$ і $\langle c_{12} \rangle = \langle c_{21} \rangle$ за співвідношеннями (14)

$$\langle c_{11} \rangle = \frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\langle \varepsilon_1 \rangle}, \quad \langle c_{12} \rangle = \frac{\langle \sigma_2 \rangle}{\langle \varepsilon_1 \rangle}. \quad (17)$$

2) Розтяг в напрямку 2 (Y):

- на площинах $x_1 = 0$ і $x_2 = 0$ – умови симетрії;
- на площині $x_1 = L_1$ – переміщення по $u_1 = 0$;
- на площині $x_2 = L_2$ – закріплення по $u_2 = L_2\varepsilon$;
- на площинах $x_3 = 0$ і $x_3 = L_3$ – закріплення по $u_3 = 0$.

Вектор середніх деформацій під час цього випробування має вигляд $\langle \varepsilon \rangle = [0 \ \langle \varepsilon_2 \rangle \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

За результатами розрахунків за числовим експериментом у напрямку 2 і заданим навантаженням $\langle \varepsilon_2 \rangle$ визначаються $\langle c_{22} \rangle$ і $\langle c_{23} \rangle = \langle c_{32} \rangle$ за співвідношеннями

$$\langle c_{22} \rangle = \frac{\langle \sigma_2 \rangle}{\langle \varepsilon_2 \rangle}, \quad \langle c_{23} \rangle = \frac{\langle \sigma_3 \rangle}{\langle \varepsilon_2 \rangle}, \quad (18)$$

де $\langle \sigma_2 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_2 dS_{12}$; $\langle \sigma_3 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_3 dS_{12}$.

3) Розтяг в напрямку 3 (Z):

- на площинах $x_1 = 0$ і $x_2 = 0$ – умови симетрії;
- на площині $x_1 = L_1$ – закріплення по $u_1 = 0$;
- на площині $x_2 = L_2$ – закріплення по $u_2 = 0$;
- на площині $x_3 = 0$ – задається закріплення по $u_3 = 0$;

– на площині $x_3 = L_3$ – задається переміщення по $u_3 = L_3\varepsilon$.

Вектор середніх деформацій під час цього випробування має вигляд $\langle \varepsilon \rangle = [0 \ 0 \ \langle \varepsilon_3 \rangle \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

За результатами розрахунків за числовим експериментом у напрямку 3 і заданим навантаженням $\langle \varepsilon_3 \rangle$ визначаються $\langle c_{13} \rangle = \langle c_{31} \rangle$ і $\langle c_{33} \rangle$ за співвідношеннями

$$\langle c_{13} \rangle = \frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\langle \varepsilon_3 \rangle}, \quad \langle c_{33} \rangle = \frac{\langle \sigma_3 \rangle}{\langle \varepsilon_3 \rangle}, \quad (19)$$

де $\langle \sigma_1 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_1 dS_{12}$; $\langle \sigma_3 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_3 dS_{12}$.

4) Зсув у площині 12 (XY):

– на площинах $x_1 = 0$ і $x_1 = L_1$ – закріплення по $u_2 = 0$;

– на площині $x_2 = 0$ – закріплення по $u_1 = 0$;

– на площині $x_2 = L_2$ – переміщення по $u_1 = L_1\varepsilon$;

– на площинах $x_3 = 0$ і $x_3 = L_3$ – закріплення по $u_3 = 0$.

Вектор середніх деформацій під час цього випробування має вигляд $\langle \varepsilon \rangle = [0 \ 0 \ 0 \ \langle \varepsilon_4 \rangle \ 0 \ 0]^T$.

За результатами розрахунків за числовим експериментом у напрямку 12 і заданим навантаженням $\langle \varepsilon_4 \rangle$ визначаються визначається $\langle c_{44} \rangle$ за співвідношенням

$$\langle c_{44} \rangle = \frac{\langle \sigma_4 \rangle}{\langle \varepsilon_4 \rangle}, \quad (20)$$

де $\langle \sigma_4 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_4 dS_{12}$.

5) Зсув у площині 23 (YZ):

– на площинах $x_1 = 0$ і $x_1 = L_1$ – закріплення по $u_1 = 0$;

– на площині $x_2 = 0$ – закріплення по $u_3 = 0$;

– на площині $x_2 = L_2$ – переміщення по $u_3 = L_3\varepsilon$;

– на площинах $x_3 = 0$ і $x_3 = L_3$ – закріплення по $u_2 = 0$.

Вектор середніх деформацій під час цього випробування має вигляд $\langle \varepsilon \rangle = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \langle \varepsilon_5 \rangle \ 0]^T$.

За результатами розрахунків за числовим експериментом у напрямку 23 і заданим навантаженням $\langle \varepsilon_5 \rangle$ визначається $\langle c_{55} \rangle$ за співвідношенням

$$\langle c_{55} \rangle = \frac{\langle \sigma_5 \rangle}{\langle \varepsilon_5 \rangle}, \quad (21)$$

де $\langle \sigma_5 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_5 dS_{12}$.

6) Зсув у площині 13 (XZ):

– на площині $x_1 = 0$ – закріплення по $u_3 = 0$;

- на площині $x_1 = L_1$ – переміщення по $u_3 = L_3 \varepsilon$;
- на площинах $x_2 = 0$ і $x_2 = L_2$ – закріплення по $u_2 = 0$;
- на площинах $x_3 = 0$ і $x_3 = L_3$ – закріплення по $u_1 = 0$.

Вектор середніх деформацій під час цього випробування має вигляд – $\langle \varepsilon \rangle = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \langle \varepsilon_6 \rangle]^T$.

За результатами розрахунків за числовим експериментом у напрямку 13 і заданим навантаженням $\langle \varepsilon_6 \rangle$ визначається $\langle c_{66} \rangle$ за співвідношенням

$$\langle c_{66} \rangle = \frac{\langle \sigma_6 \rangle}{\langle \varepsilon_6 \rangle}, \quad (22)$$

де $\langle \sigma_6 \rangle = \frac{1}{S_{12}} \int_{S_{12}} \sigma_6 dS_{12}$.

Числові моделі для визначення ефективних механічних властивостей композитних виробів, отриманих тривимірним друком за методом FDM. Для дослідження механічних властивостей зразків (див. рис. 1) використані такі матеріали:

- матриця – PLA [19] – $\rho = 1230$ кг/м³; $E = 3,3$ ГПа; $\nu = 0,4$; $G = 1,179$ ГПа;
- армувальне волокно кевлар – KEVLAR® 29 [20] – $\rho = 1440$ кг/м³; $E = 70,5$ ГПа; $\nu = 0,49$; $G = 23,66$ ГПа.

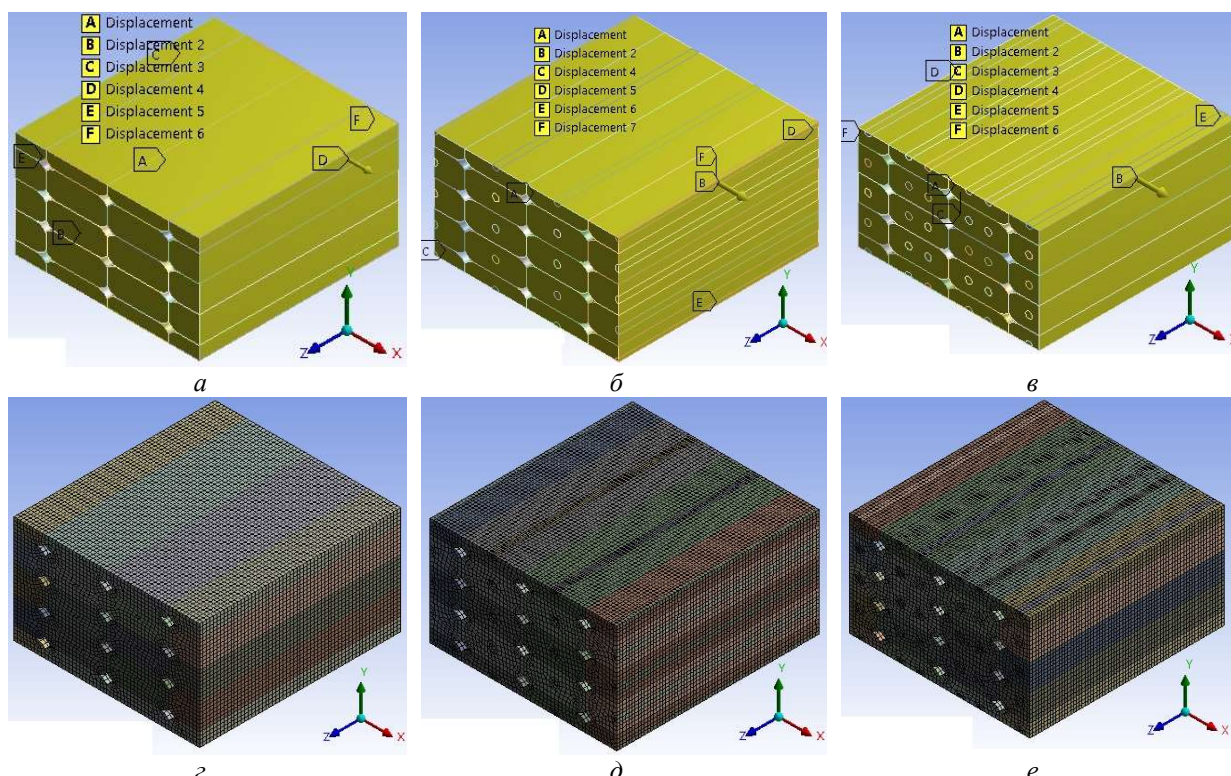
Для числової реалізації алгоритму розв’язання оберненої задачі НДС (3)–(5), (12)–(15) використано програмне забезпечення ANSYS Workbench (Static Structural Analysis Systems) [21]. Числові моделі для розв’язання задач НДС трьох зразків виробів з різним ступенем армування, отриманих за допомогою 3D-друку методом FDM, наведено на рис. 2.

Сіткова збіжність числових моделей для розв’язання обернених задач НДС визначалась методом подвійного перерахунку. У результаті було встановлено, що використана дискретизація (рис. 2, з, д, е) геометричних моделей зразків виробів (рис. 2, а, б, в), надрукованих за методом FDM, призводить до помилок у визначенні вектора модуля пружності $E_i, i = \overline{1,3}$ у межах 0,1–0,22 % (рис. 2, а), 0–0,27 % (рис. 2, б), 1,26–3,19 % (рис. 2, в), а вектора модуля зсуву $G_i, i = \overline{1,3}$ не перевищує 0,08–0,2 % (рис. 2, а), 0,05–0,08 % (рис. 2, б), 0,05–0,1 % (рис. 2, в).

Результати числових експериментів. Результати числового аналізу НДС зразків виробів, отриманих за допомогою 3D-друку методом FDM, у вигляді полів нормальних напружень під час випробування в напрямку їх друку (армування) наведено на рис. 3, а поля дотичних напружень для випробувань на зсув по всіх напрямках показано на рис. 4.

Далі, на підставі проведених числових досліджень НДС зразків (рис. 3, 4), виконується осереднення полів компонент тензора напруження за формулами типу (16) і визначаються усереднені компоненти матриці жорсткості (14), (17)–(22). За допомогою процедури обернення матриці жорсткості визначаються усереднені компоненти матриці піддатливості (15), з використанням співвідношень яких (10) обчислюються ефективні значення механічних властивостей полімерних і композитних виробів в ортотропному наближенні.

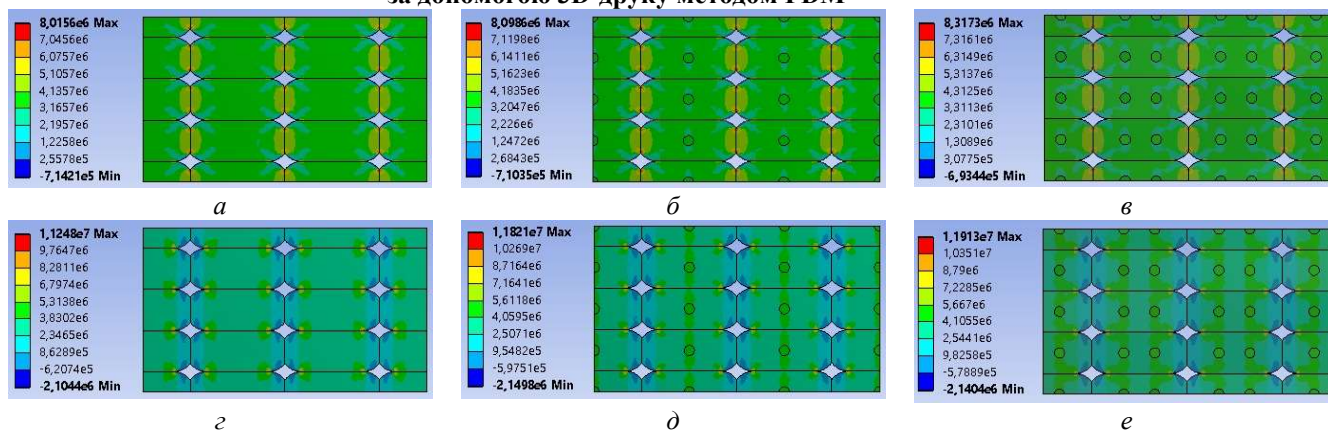
Результати визначення ефективних механічних властивостей полімерних і композитних виробів, отриманих за допомогою просторового друку методом FDM (рис. 1), наведено в табл. 1, а графічне зіставлення цих даних показано на рис. 5.



a, г – зразок зі стренгами без армувальних волокон (рис. 1,*a*); *б, д* – зразок зі стренгами з одним армувальним волокном (рис. 1,*б*); *в, е* – зразок зі стренгами з двома армувальними волокнами (рис. 1,*в*); *a, б, в* – схеми навантаження; *г, д, е* – дискретизація; *г* – скінченних елементів (CE) – 104748, вузлів – 454451;

д – CE – 112252, вузлів – 520811; *е* – CE – 132459, вузлів – 566559

Рис. 2 – Числові моделі для розв’язання задач НДС для трьох зразків виробів, отриманих за допомогою 3D-друку методом FDM



a, г, ж – зразок зі стренгами без армувальних волокон (рис. 1,*a*); *б, д, и* – зразок зі стренгами з одним армувальним волокном (рис. 1,*б*); *в, е, к* – зразок зі стренгами з двома армувальними волокнами (рис. 1,*в*); *a, б, в* – поле нормального напруження σ_1 (σ_{xx}); *г, д, е* – поле нормального напруження σ_2 (σ_{yy});

ж, и, к – поле нормального напруження σ_3 (σ_{zz})

Рис. 3 – Поля нормальних напружень зразків за результатами числового випробування на розтяг у напрямку Z

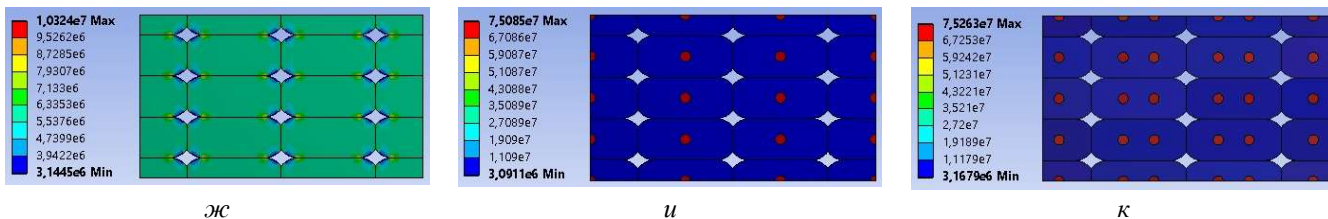
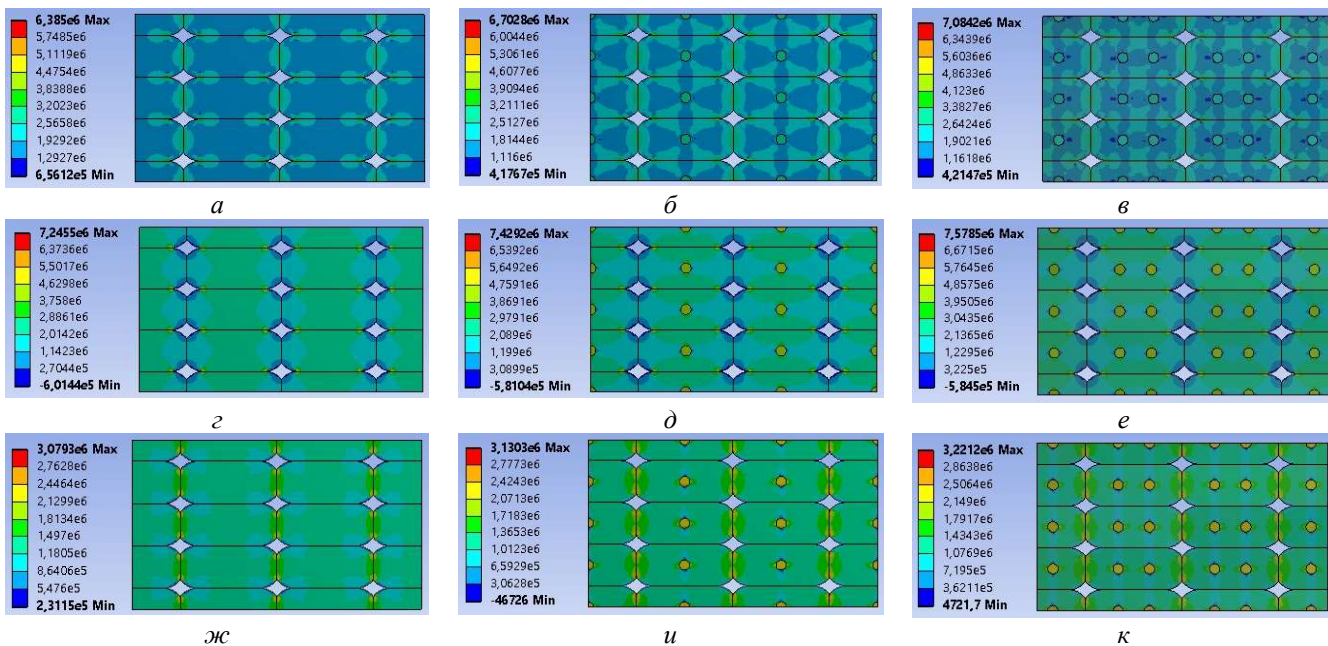


Рис. 3 (продовження) – Поля нормальних напружень зразків за результатами числового випробування на розтяг у напрямку 3 (Z)



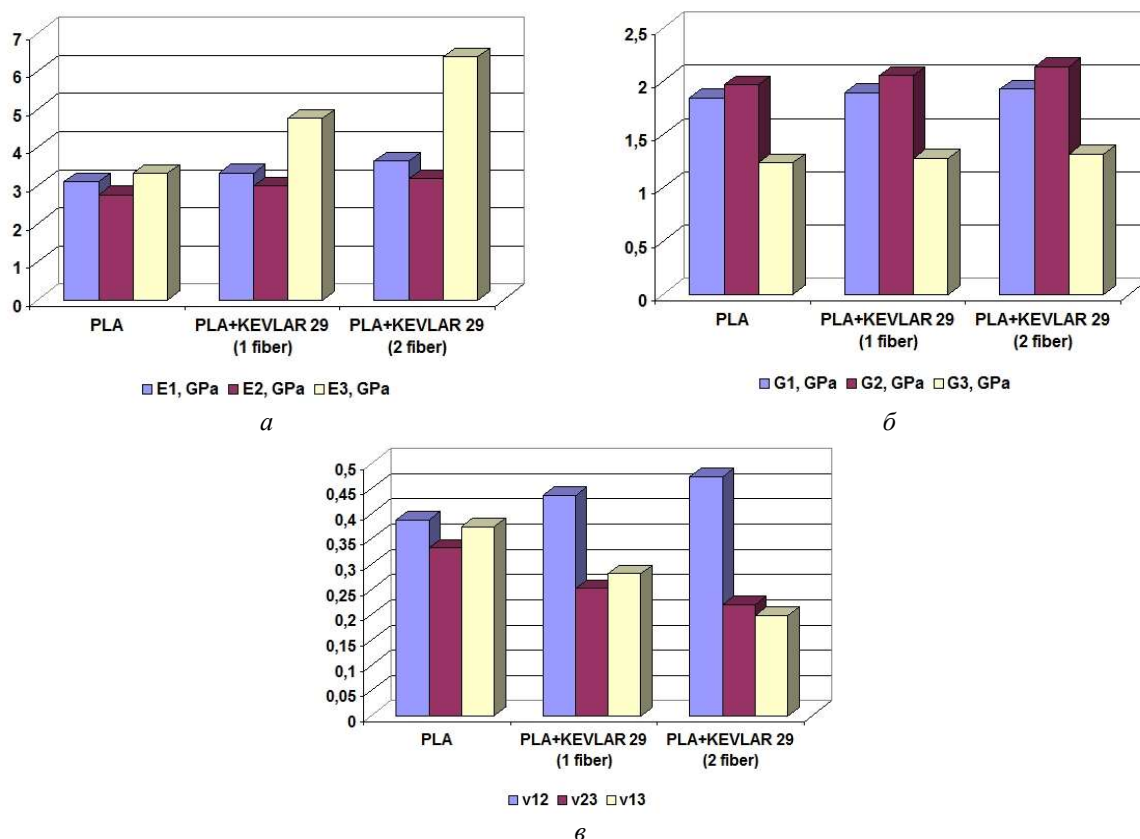
а, г, ж – зразок зі стренгами без армувальних волокон (рис. 1,а); б, д, и – зразок зі стренгами з одним армувальним волокном (рис. 1,б); в, е, к – зразок зі стренгами з двома армувальними волокнами (рис. 1,в); а, б, в – поле дотичного напруження σ_4 (σ_{xy}); г, д, е – поле дотичного напруження σ_5 (σ_{yz});

ж, и, к – поле дотичного напруження σ_6 (σ_{xz})

Рис. 4 – Поля дотичних напружень зразків за результатами числових випробувань на зсув

Таблиця 1 – Результати числових досліджень ефективних механічних властивостей полімерних і композитних виробів, отриманих за допомогою 3D-друку методом FDM

E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	E_3 , ГПа	ν_{12}/ν_{21}	ν_{23}/ν_{32}	ν_{13}/ν_{31}	G_1 , ГПа	G_2 , ГПа	G_3 , ГПа
Зразок однокомпонентного матеріалу (PLA) з порожнистими каналами (рис. 1, а)								
3,088	2,744	3,305	0,388/ 0,344	0,332/ 0,4	0,374/ 0,4	1,842	1,962	1,23
Зразок двохкомпонентного композитного матеріалу (PLA+KEVLAR® 29) (рис. 1, б)								
3,331	2,981	4,757	0,436 0,39	0,252 0,402	0,281 0,402	1,889	2,051	1,273
Зразок двохкомпонентного композитного матеріалу (PLA+KEVLAR® 29) (рис. 1, в)								
3,632	3,169	6,365	0,473/ 0,412	0,22/ 0,441	0,198/ 0,346	1,923	2,134	1,313



а – вектор модуля пружності; *б* – вектор модуля зсуву; *в* – компоненти тензора коефіцієнтів Пуассона

Рис. 5 – Зіставлення даних числових досліджень ортотропних ефективних механічних властивостей композитних виробів за різного ступеня армування, надрукованих методом FDM

За аналізом отриманих даних можна зробити такі висновки:

- зі збільшенням ступеня армування, як і передбачалось, всі три компоненти векторів модулів пружності та зсуву також зростають (рис. 5, а, в). Найбільше зростання спостерігається для компонентів векторів E_3 і G_1, G_2 , що пов'язано з армуванням у напрямку 3 (Z) (рис. 1, 2). При цьому різниця між значеннями компонент векторів E_1 і E_2 та G_1 і G_2 обумовлена несиметричністю поперечного перерізу стренги;
- на відміну від поведінки векторів E і G компоненти тензора коефіцієнтів Пуассона ведуть себе по різному. Зі збільшенням ступеня армування зростає тільки ν_{12} , у той час як ν_{23} і ν_{13} спадають, що також пов'язано з напрямком армування і несиметричністю поперечного перерізу стренги.

Для оцінки достовірності отриманих результатів, окрім дослідження сіткової збіжності числових розв'язків, також було проведено порівняння з даними, отриманими за аналітичними залежностями Voight (1) і Reuss (2) з використанням відповідних значень об'ємних часток матриці α_m і наповнювача α_f та врахуванням наявності повітряних каналів. Порівняння проводилось за компонентами векторів модулів пружності і зсуву, визначених за результатами числового моделювання за напрямком армування (E_3, G_3). Результати цього порівняння наведено в табл. 2.

Дані табл. 2 свідчать про те, що результати числових досліджень з визначення ефективних механічних властивостей композитів задовільно узгоджуються з відповідними даними, одержаними за аналітичними залежностями Voight і Reuss в межах 0,081–5.696 %.

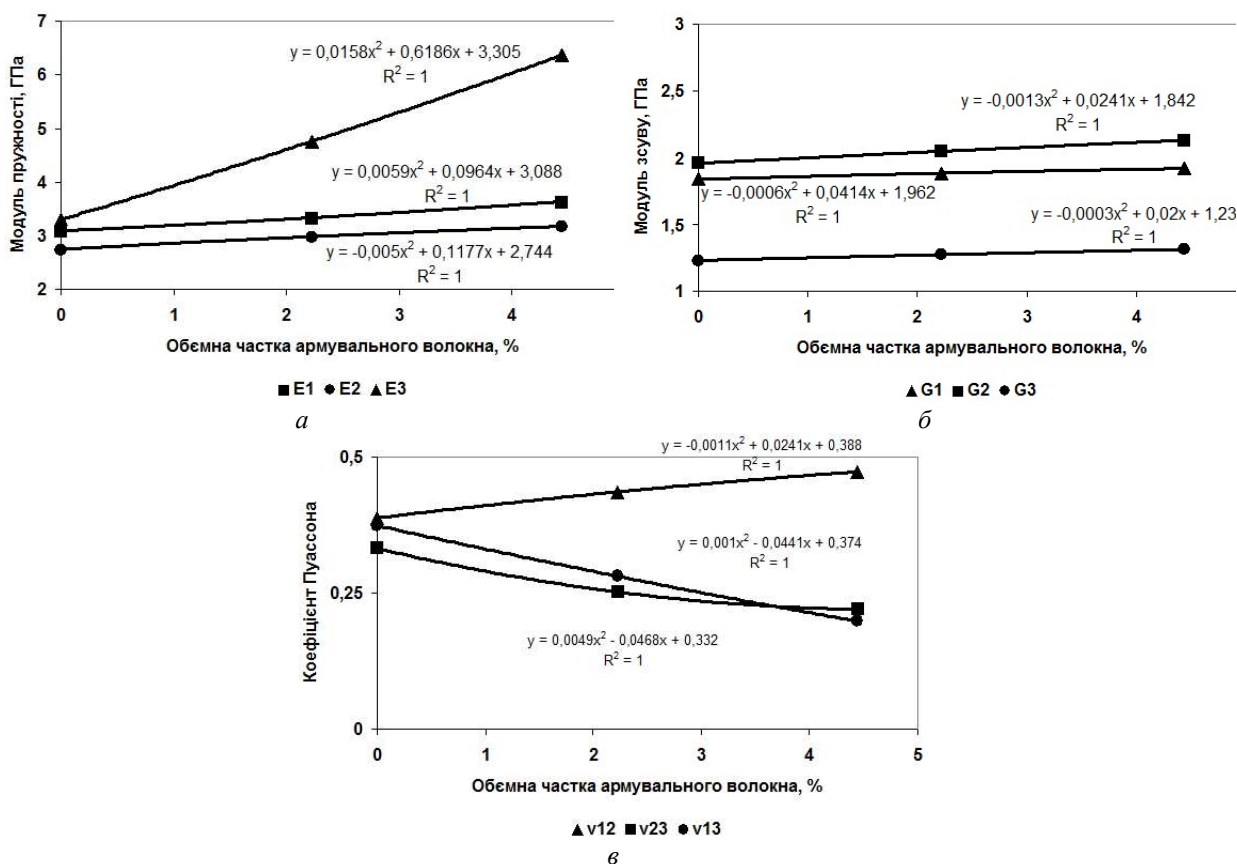
Таблиця 2 – Порівняння результатів числових досліджень із визначення ефективних механічних властивостей композитів з відповідними даними, отриманими за аналітичними залежностями Voight і Reuss

Матеріал	α_m	α_f	E_3 , ГПа	G_3 , ГПа	E_{ef}^V , ГПа	G_{ef}^R , ГПа	δE_3^V , %	δG_3^R , %
PLA, (рис. 1, а)	0,958	0	3,305	1,23	3,162	1,231	-4,522	0,081
PLA+KEVLAR® 29, (рис. 1, б)	0,934	0,021	4,757	1,273	4,592	1,257	-3,593	-1.273
PLA+KEVLAR® 29, (рис. 1, в)	0,916	0,043	6,365	1,313	6,022	1,285	-5.696	-2.179

Примітка: α_m , α_f – об’ємні частки матриці і армувального волокна, відповідно; $\alpha_m + \alpha_f < 1$ – внаслідок

врахування повітряних каналів; $\delta E_3^V = \frac{E_{ef}^V - E_3}{E_{ef}^V} 100$; $\delta G_3^R = \frac{G_{ef}^R - G_3}{G_{ef}^R} 100$.

Внаслідок того, що отримані ефективні механічні властивості є осередненими за об’ємом композитних зразків, то, використовуючи дані числових експериментів, нескладно отримати залежності для прогнозування властивостей залежно від об’ємної частки волокна (наповнювача) (рис. 6).



$$a - E_i = f_i(\alpha_f), i = 1, 2, 3; \quad б - G_i = \varphi_i(\alpha_f), i = 1, 2, 3; \quad в - v_{ij} = \phi_j(\alpha_f), i = 1, j = 1, 2, 3;$$

$$\alpha_m + \alpha_f = 1 - \text{повітряні канали не враховуються}$$

Рис. 6 – Функціональні залежності ефективних механічних властивостей композитів на основі PLA+KEVLAR 29 від зміни об’ємної частки армувального волокна, отриманих просторовим друком методом FDM

Одержані залежності (див. рис. 6) можна застосовувати для оперативного прогнозування ефективних механічних властивостей композитів на основі PLA+KEVLAR 29 в межах зміни об'ємної частки армувального волокна до 5 %. При цьому для розробки нових композитних матеріалів з наперед заданими властивостями не потрібно виконувати багатоваріантні, достатньо складні і громіздкі числові експерименти під час розв'язання оберненої задачі НДС.

Обговорення результатів.

Отримані в ототропному наближенні ефективні механічні властивості композитних матеріалів на основі PLA і кевлара можуть бути корисними для виконання розрахунків на міцність з метою визначення експлуатаційної придатності деталей (вузлів), виготовлених за допомогою 3D-друку методом FDM, оскільки значно спрощують процедуру виконання розрахунків НДС.

Представлена методика також може бути використана для дослідження механічних властивостей будь-яких інших композитів з ортотропною орієнтацією армувальних волокон.

До недоліків проведених досліджень можна віднести такі:

- абсолютність контакту між стренгами не дає змоги проведення досліджень впливу адгезійних властивостей контактних поверхонь на механічні властивості виробів;
- обмеженість досліджень тільки одним видом матриці та армувального волокна;
- відсутні порівняння з натурним експериментом.

Висновки. За результатами проведених досліджень можна зробити такі висновки.

1. Сформульовано математичні моделі задач НДС для моделювання випробування зразків полімерів (композитів), отриманих методом FDM, у наближеннях ізотропного і ортотропного середовищ.

2. Розроблено алгоритм розв'язання оберненої задачі НДС для визначення ефективних механічних властивостей в ортотропному наближенні композитних виробів, надрукованих за методом FDM.

3. Розроблено числові моделі для розв'язання обернених задач НДС для визначення ефективних ортотропних механічних властивостей композитних виробів з різним ступенем армування, отриманих з використанням адитивних технологій на основі методу FDM. Досліджено сіткову збіжність розроблених числових моделей методом подвійного перерахунку. Встановлено, що використана дискретизація геометричних моделей зразків виробів призводить до похибок у визначенні вектора модуля пружності в межах 0–3,19 %, а вектора модуля зсуву не перевищує 0,05–0,2 %.

4. Проведено числові експерименти з визначення ефективних механічних властивостей зразків композитних полімерних матеріалів в наближенні ортотропного однорідного середовища. Виконано порівняння отриманих результатів з даними розрахунків за аналітичними залежностями для визначення ефективних механічних властивостей композитних матеріалів. Показано, що результати числових досліджень задовільно узгоджуються з відповідними даними, одержаними за адитивними аналітичними залежностями в межах 0,081–5.696 %.

5. Отримано залежності для оперативного прогнозування ортотропних ефективних механічних властивостей композитів на основі PLA+KEVLAR 29 в межах зміни об'ємної частки армувального волокна до 5 %. При цьому для розробки нових композитних матеріалів з наперед заданими властивостями не потрібно виконувати багатоваріантні, достатньо складні і громіздкі числові експерименти під час розв'язання оберненої задачі НДС.

Перспективи подальших досліджень. Планується продовжити дослідження ефективних механічних властивостей композитних полімерних і вуглецевмісних виробів, надрукованих методом FDM, у напрямку розширення номенклатури матеріалів матриць та армувальних волокон, а також визначення їхніх теплофізичних властивостей.

Список використаної літератури

1. Gibson I., Rosen D. W., Stucker B. Additive Manufacturing Technologies: Rapid Prototyping to Direct Digital Manufacturing. Boston, MA: Springer, 2010. ISBN 9781441911193
2. Мікульонюк І. О. Технологічні основи перероблення полімерних матеріалів. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 293 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/35084>
3. Мігущенко Р. П., Саприкіна М. І., Куштим К. Ю. Перспективність FDM технологій у 3D друку Вісник НТУ «ХПІ», Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. 2016. №18. С. 148–152. DOI: <https://doi.org/10.20998/2413-4295.2016.18.21>

4. Integrated self-monitoring and self-healing continuous carbon fiber reinforced thermoplastic structures using dual-material three-dimensional printing technology / C. Luan, X. Yao, C. Zhang et al. // *Composites Science and Technology*. 2020. №188. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2019.107986>
5. Морозов А. В. Визначення ефективних пружних характеристик односпрямованого композиційного матеріалу // *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки*. 2020. Т. 31(70), Ч. 1, № 2. С. 44–51. DOI: <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.2-1/07>
6. About definition of the elasticity module of single-walled carbon nanotubes by methods of structural mechanics / A.Ya. Karvatskii, I.O. Mikulionok, T.V. Lazarev, K.M. Korolenko // *Mechanics and Advanced Technologies*. 2019. Vol. 85. No 1. P. 13-25 <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.153877>
7. Дослідження властивостей полімерів методами молекулярної динаміки з використанням LAMMPS (огляд) / А.Я. Карвацький, І.В. Омельчук, І.О. Мікульонок, В.М. Витвицький // *Вісник НТУУ "КПІ ім. Ігоря Сікорського". Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження*. 2020, № 4(19). С. 17–28. DOI: [10.20535/2617-9741.4.2020.219780](https://doi.org/10.20535/2617-9741.4.2020.219780)
8. Jones R. M. *Mechanics of composite materials*: 2nd ed. Philadelphia : Taylor & Francis, 1999. 519 p. ISBN 9781560327127
9. Voight W. *Lehrbuch der Kristallphysik*. Berlin: Teubner, 1928. 962 p.
10. Hill R. Self-Consistent Mechanics of Composite Materials // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1965. Vol. 13. P. 213–222. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(65\)90010-4](https://doi.org/10.1016/0022-5096(65)90010-4)
11. Theodorov D. N., Suter U. W. Atomistic modeling of mechanical properties of polymeric glasses // *Macromolecules*. 1986. Vol. 19, N 1. P. 139–154. DOI: <https://doi.org/10.1021/ma00155a022>
12. LAMMPS Molecular Dynamics Simulator: LAMMPS Documentation. URL: <https://lammps.sandia.gov> (дата звернення: 27.09.2020).
13. Garzon-Hernandez S., Garcia-Gonzalez D., Jérusalem A., Arias A. Design of FDM 3D printed polymers: An experimental-modelling methodology for the prediction of mechanical properties // *Materials and Design*. 2020. Vol. 188. P. 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108414>
14. Thomas D. Developing enhanced carbon nanotube reinforced composites for full-scale 3D printed components // *Reinforced Plastics*. 2018. №62. P. 212–215. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.repl.2017.06.089>
15. Morphological, Rheological and Electrical Study of PLA reinforced with carbon-based fillers for 3D Printing Applications / L. Egiziano P., Lamberti G., Spinelli et al. // *AIP Conference Proceeding*. 2018. №1981. P. 020152-1–020152-4. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5046014>
16. Design and 3D Printing of Continuous Fiber Reinforced Heterogeneous Composites / Z. Hou, X. Tian, Z. Zhang et al. // *Composite Structures*. 2020. №237. 111945. P. 1–9. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.111945>
17. Моделювання механічних властивостей армованих полімерних матеріалів пакувального призначення / А.Я. Карвацький, І.О. Мікульонок, С.О. Борщик, В.О. Караулова // *Вісник НТУУ "КПІ". Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження: зб. наук. праць*. 2018. № 1(17). С. 24–31. DOI: <https://doi.org/10.20535/2306-1626.1.2018.143371>
18. Thompson, M., Thompson, J. *ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis*: 1st ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2017. 462 p.
19. PLA-пластик для 3D-печати. URL: https://3dtdoay.ru/wiki/PLA_plastic/ (дата звернення: 20.01.2021)
20. Структура и механические свойства волокна KEVLAR® фирмы Дюпон. URL: <http://www.twistcom.ru/stati/structura.html> (дата звернення: 20.01.2021)
21. Ansys Mechanical Workbench Additive. URL: <https://www.ansys.com/services/training-center/structures/ansys-mechanical-workbench-additive> (дата звернення: 20.01.2019)

Надійшла до редакції 22.02.2021

Solovei V. V., Karvatskii A. Ya., Lazarev T. V., Mikulionok I. O., Omelchuk I. V.

DETERMINATION OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF 3D-PRINTED POLYMER PRODUCTS BY METHODS OF STRUCTURAL MECHANICS

Mathematical models of stress-strain state (SSS) for modeling tests of polymer composite samples obtained by fused deposition modeling (FDM) in approximations of isotropic and orthotropic media are formulated. An algorithm for solving the inverse SSS problem to determine the effective mechanical properties in the orthotropic approximation of composite products printed by the FDM method has been developed. Numerical models have been developed to solve inverse SSS problems to determine the effective orthotropic mechanical properties of composite products with different degrees of reinforcement, obtained using additive technologies based on the FDM method. The grid convergence of the developed numerical models by the method of double recalculation is investigated. It is established that the used mesh of geometric models of product samples leads to errors in determining the vector of the modulus of elasticity in the range of 0–3.19%, and the vector of the shear modulus does not exceed 0.05–0.2%. Numerical experiments to determine the effective mechanical properties of samples of composite polymeric materials in the approximation of orthotropic homogeneous medium were performed. The obtained results are compared with the data of calculations by analytical dependences to determine the effective mechanical properties of composite materials. It is shown that the results of numerical studies agree satisfactorily with the corresponding data obtained from analytical dependences in the range of 0.081–5.696%. It is established that all three components of the vectors of modulus of elasticity and shear increase with the degree of reinforcement. The largest increase is observed for the components of vectors E_3 and G_1, G_2 , which is due to the reinforcement in the direction (Z), and the difference between the values of the components of vectors E_1 and E_2 and G_1 and G_2 is due to the cross-sectional asymmetry of the strand. Dependences for operative prediction of effective orthotropic mechanical properties of composites based on PLA + KEVLAR 29 within the limits of change in the volume fraction of reinforcing fibers up to 5% are obtained. To develop new composite materials with predetermined properties, it is not necessary to perform multivariate, rather complex and cumbersome numerical experiments in solving the inverse SSS problem.

Keywords: *additive technologies, fused deposition modeling, polymer composite, mechanical properties, stress-strain state, numerical modeling.*

References

1. Gibson, I., Rosen, D. W., Stucker, B. (2010). “*Additive Manufacturing Technologies: Rapid Prototyping to Direct Digital Manufacturing*”, MA: Springer, Boston.
2. Mikulionok, I. O., (2020). “*Tekhnologichni osnovy pereroblennia polimernykh materialiv*” [Technological bases of processing of polymeric materials], Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/35084> (Accessed November 27, 2020)
3. Mygushchenko, R. P., Oprichnina, M. I. and Kushtym, K. Yu. (2012). “The perspective of FDM-technologies in 3D printing”, *Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies*, vol.18, no 1190, pp. 148–152. DOI: <https://doi.org/10.20998/2413-4295.2016.18.21>
4. Luan, C., Yao, X., Zhang, C., Fu, J. and Wang, B. (2020). “Integrated self-monitoring and self-healing continuous carbon fiber reinforced thermoplastic structures using dual-material three-dimensional printing technology”, *Composites Science and Technology*, vol. 188. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2019.107986>
5. Morozov, A. V. (2020). “Determination of effective elastic characteristics of unidirectional composite material”, *Vcheni zapiski TNU imeni V.I. Vernads'kogo. Seriya: tekhnichni nauki*, vol. 31(70), part. 1, no 2, pp. 44–51. DOI: <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.2-1/07>
6. Karvatskii, A. Ya., Mikulionok, I. O., Lazarev, T. V., Korolenko, K. M. (2019). “About definition of the elasticity module of single-walled carbon nanotubes by methods of structural mechanics”, *Mechanics and Advanced Technologies*, vol. 85, no 1, pp. 13–25. DOI: <https://doi.org/10.20535/2521-1943.2019.85.153877>
7. Karvatskii, A. Ya., Omelchuk, I. V., Mikulionok, I. O., Vytvytskyi, V. M. (2020). “Investigation of the properties of polymers by molecular dynamics using LAMMPS (review)”, *Visnik NTUU "KPI im. Igorya Sikors'kogo". Himichna inzheneriya, ekologiya ta resursozbezheniya*, no 4(19), pp. 17–28. DOI: 10.20535/2617-9741.4.2020.219780
8. Jones, R. M. (1999). “*Mechanics of composite materials*”, 2nd ed., Taylor & Francis, Philadelphia. URL: <https://www.routledge.com/Mechanics-Of-Composite-Materials/Jones/p/book/9781560327127> (Accessed

September 25, 2019)

9. Voight, W. (1928). “*Lehrbuch der Kristallphysik*”, Teubner, Berlin. URL: <https://www.springer.com/gp/book/9783663153160> (Accessed September 25, 2019)
10. Hill, R. (1965). “Self-Consistent Mechanics of Composite Materials”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 13, pp. 213–222. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(65\)90010-4](https://doi.org/10.1016/0022-5096(65)90010-4)
11. Theodorov, D. N., Suter, U. W. (1986). “Atomistic modeling of mechanical properties of polymeric glasses”, *Macromolecules*, vol. 19, no 1. pp. 139–154. DOI: <https://doi.org/10.1021/ma00155a022>
12. LAMMPS Documentation. URL: <https://lammps.sandia.gov> (Accessed September 27, 2020).
13. Garzon-Hernandez, S., Garcia-Gonzalez, D., Jérusalem, A., Arias, A. (2020). “Design of FDM 3D printed polymers: An experimental-modelling methodology for the prediction of mechanical properties”, *Materials and Design*, vol. 188, pp. 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108414>
14. Thomas, D. (2018). “Developing enhanced carbon nanotube reinforced composites for full-scale 3D printed components”, *Reinforced Plastics*, vol. 62, no 4, pp. 212–215. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.repl.2017.06.089>
15. Egiziano, L., Lamberti, P., Spinelli, G., Tucci, V., Kotsilkova, R., Tabakova, S., Ivanov, E. and Silvestre, C. (2018). “Morphological, Rheological and Electrical Study of PLA reinforced with carbon-based fillers for 3D Printing Applications”, *AIP Conference Proceeding*, vol. 1981, no 1. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5046014>
16. Hou, Z., Tian, X., Zhang, J., Zhe, L., Zheng, Z., Li, D., Malakhov, A. V. and Polilov, A. N. (2020). “Design and 3D Printing of Continuous Fiber Reinforced Heterogeneous Composites”, *Composite Structures*, vol. 237. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.111945>
17. Karvatskii, A.Ya., Mikulionok, I.O., Borshchik, S.O., Karaulova, V.O. (2018). “Modeling of mechanical properties of reinforced polymeric materials for packaging”, *Visnik NTUU “KPI”. Himichna inzheneriya, ekologiya ta resursozberezhennya: zb. nauk. prac'*, no 1(17), pp. 24–31. DOI: <https://doi.org/10.20535/2306-1626.1.2018.143371>
18. Thompson, M., Thompson, J. (2017). “*ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis*”, 1st ed., Butterworth-Heinemann, Oxford.
19. PLA plastic for 3D printing. URL: https://3dtdoay.ru/wiki/PLA_plastic/ (Accessed January 20, 2021)
20. Structure and mechanical properties of DuPont KEVLAR® fiber. URL: <http://www.twistcom.ru/stati/structura.html> (Accessed January 20, 2021)
21. Ansys Mechanical Workbench Additive. URL: <https://www.ansys.com/services/training-center/structures/ansys-mechanical-workbench-additive> (Accessed September 25, 2019)