УДК 621.89.09

КОРОТИНСЬКИЙ А. П., асп.; КОРЖИК М. В., к.т.н., доц.
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

РОБАСТНЕ УПРАВЛІННЯ РЕАКТОРОМ У ВИРОБНИЦТВІ МАСТИЛ НА ОСНОВІ МИЛЬНИХ ЗАГУСНИКІВ

Розглянуто сучасні й перспективні методи робастного управління, а саме: робастна квадратична стабілізація, робастний лінійно-квадратичний регулятор, робастна стабілізація за допомогою H_∞ оптимізації, μ *синтез. Проаналізовано доцільність використання цих методів. Зроблено висновки щодо результатів роботи робастних та ПІД регуляторів*

Ключові слова: *робастне управління, квадратична стабілізація, H_∞ оптимізація, μ-синтез.*

Постановка проблеми. Проблема забезпечення гарантованої якості керованих процесів при невизначеності параметрів функціональних компонентів системи управління, що задається інтервальним або нечітким чином являється важливою науковою та практичною задачею.

Враховуючи зазначені обставини, завдання статті є створення системи керування на основі робастних регуляторів, що забезпечують стійкість замкненої системи не тільки для номінального об'єкта, але і для будь-якого об'єкту, що належить множині «збурених» об'єктів, визначуваних класом невизначеності.

Математична модель реактора. Враховуючи особливості технологічного процесу, для реалізації обрано модель реактора ідеального змішування з веденням невизначеності у вигляді мішалки з змінним числом обертів.

У роботі [2] запропоновано невизначену математичну модель реактора за каналами керування W_{ker}, витрата теплоносія, та збурення W_{zbur}, температура теплоносія. Введемо такі позначення констант :

$$K_1 = \frac{0.95 \cdot G_{in} C_p}{F} - k_1; \;\; K_2 = \frac{0.95 \cdot C_p T_{in}}{F}; \;\; T_1 = \frac{V_s C_p \rho_{out}}{F}; \;\; T_2(n) = \frac{V C_r \rho_r}{F k_2(n)},$$

де ρ_{out} – густини теплоносія, T_{in} – температури вхідного теплоносія, V_s – об'єм гріючої сорочки, k_1 – коефіцієнт теплопередачі, F – площа поверхні теплопередачі, ρ_r – густина мастила, C_r, C_p – теплоємність, мастила та теплоносія, $k_2(n)$ – коефіцієнт теплопередачі, що змінюється з числом обертів мішалки, G_{in} –витрата теплоносія.

Передатні функції за каналами керування та збурення представлені відповідно:

$$W_{\text{ker}}(p) = \frac{K_2}{T_1 p - k_1 - k_1 p T_2(n) p + T_1 p^2 T_2(n)}; \tag{1}$$

$$W_{zbur}(p) = \frac{K_1}{T_1 p - k_1 - k_1 p T_2(n) p + T_1 p^2 T_2(n)}.$$

Ця модель хімічного реактора дозволяє адекватно описати об'єкт керування в умовах невизначеності та може бути використана для синтезу системи керування на основі робастних регуляторів.

Робастне управління. Ситуації, в якій системи керування мають точний математичний опис, являються ідеалізованими. В реальних задачах неминуче присутня невизначеність, а керування повинне бути працездатним при наявності невизначеності. Таке управління називають робастним.

Метою робастного управління є синтез такого контролера чи регулятора, який би забезпечував хорошу якість керування, якщо об'єкт керування відрізняється від розрахункового або його математична модель невідома.

Існує декілька основних методів робастного управління:робастна квадратична стабілізація, робастний лінійно-квадратичний регулятор, робастна стабілізація за допомогою H_∞ оптимізації, μ синтез.

Робастна квадратична стабілізація. Розглянемо задачу стабілізації для сімейства систем [3]

$$\dot{x} = A(q)x + Bu, \; q \in Q. \tag{2}$$

Задача полягає у знаходженні загального регулятора вигляду $u = Kx$ так, щоб у замкнутих систем $\dot{x} = A_c(q)x, A_c(q) = A(q) + BK, \cdot q \cdot \in \cdot Q.$ була загальна квадратична функція Ляпунова $V(x) = x^T Px$, $P>0$.

Рішення задачі для фіксованої матриці A визначається рішенням однієї лінійної матричної нерівності.

В випадку невизначеної матриці з'являється набір відповідних нерівностей, що відповідають можливим значенням q, що належить заданій допустимій множині Q (множині невизначеності).

Теорема. Якщо X – рішення системи лінійних матричних нерівностей Ляпунова $XA^T(q) + A(q)X - 2BB^T < 0, \; q \in Q, \; X > 0$, то регулятор з матрицею $K = -B^T X^{-1}$ робастно стабілізує систему (2), а квадратична форма $V(x) = x^T Px, \; P > 0$ являється загальною функцією Ляпунова для замкнутої системи при всіх $q \in Q$.

Робастний лінійно-квадратичний регулятор. Для моделі невизначеності $\dot{x} = A(q)x + Bu,\ q \in Q,$ $x(0) = x_0$ розглянемо задачу про синтез лінійно-квадратичного робастного регулятора. Наша задача полягає за допомогою зворотного зв'язку $u = Kx$ гарантувати деякий рівень μ квадратичного критерію оптимальності $J = \int_0^\infty \left[(Rx, x) + (Su, u) \right] dt,\ J \le \mu$ при всіх значеннях параметра $q \in Q$. Вирішення даної задачі базується на рішенні лінійних матричних нерівностей, що допускають робастне узагальнення.

Теорема. Нехай $X(\Upsilon)$ – рішення системи лінійних матричних нерівностей

$$\begin{pmatrix} A(q)X + XA^T(q) + (\Upsilon - 2)BS^{-1}B^T & \Upsilon^{1/2}XR^{1/2} \\ \Upsilon^{1/2}XR^{1/2} & -I \end{pmatrix} \le 0 .$$

Вирішимо одномірну задачу мінімізації $\Upsilon^* = arg\,min\,\varphi(\Upsilon),\ \varphi(\Upsilon) = \Upsilon^{-1} x_0^T X(\Upsilon) x_0$, де мінімізація ведеться по всьому $\Upsilon > 0$ для яких рішення $X(\Upsilon)$ існує. Тоді для зворотного зв'язку $u = -S^{-1}B^T(X(\Upsilon))^{-1}x$, гарантується оцінка критерію оптимальності $J \le \varphi(\Upsilon^*)$ для всіх значеннях параметра $q \in Q$. Таким чином необхідно вирішувати при фіксованому Υ системи лінійних матричних нерівностей для всі $q \in Q$.

Робастна стабілізація за допомогою H_∞ оптимізації. Якщо передатна функція об'єкта має вигляд $G(s) = G_0(s) + W_1(s)\Delta(s)W_2(s)$, то робастна стійкість при всіх $\| \Delta(s) \|_\infty \le \gamma$ має місце при умові $\| W_2CSW_1 \|_\infty \le \frac{1}{\gamma}$, при $S = (I + G_0C)^{-1}$ – чутливість.

В подальшому користуючись результатами про загальний вигляд стабілізуючих регуляторів, можна сказати:

$$C = (X + VQ)(Y - UQ)^{-1},$$
$$S = (Y - UQ)(Y + UV^{-1}X),$$

де Q – параметр Юли, а матриці X, Y, V, U визначаються умовами $G_0 = UV^{-1},\ UX + VY = I$.

Таким чином, умова робастної стійкості записується в термінах параметра Юли:

$$T_1 + T_2QT_{3\infty} < \frac{1}{\gamma},\ T_1 = W_2X(Y + UV^{-1}X)W_1,\ T_2 = W_2V,\ T_3 = (Y + UV^{-1}X)W_1 .$$

Зокрема, задача про максимальну робастність (тобто про знаходження максимального рівня невизначеності γ допустимого для робастної стабілізації) зводиться до задачі H_∞ оптимізації $\min\limits_{Q \in RH\infty} T_1 + T_2QT_{3\infty}$.

Таким чином алгоритм рішення задачі максимальної робастності складається з наступних пунктів:

1. Знаходження, для номінального об'єкта G_0, його представлення у вигляді $G_0 = UV^{-1}$. Вирішення рівняння $UX+VY=I$ та знаходження X, Y. Розрахунок T_1, T_2, T_3 на їх основі значень.

2. Вирішення задачі H_∞ оптимізації. 3. Побудова регулятора за наступною формулою $C = (X+VQ)(Y–UQ)^{-1}$.

μ-синтез. Методологією μ-синтезу передбачено, що структура системи, що включає об'єкт, регулятор, зворотні зв'язки, невизначеності може бути представлена в загальному вигляді, що називається M-Δ конфігурація, показаному на рис. 1. Основне завдання μ-синтезу – вирішення задачі вибору регулятора C, що забезпечить виконання умови $\sup \mu(M(j\omega)) \le \frac{1}{\gamma}$.

M(s) – відповідає передатній функції об'єкта, де G – об'єкт, який зручно представити у вигляді

$$G = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix},$$

а C – регулятор, тоді $M = G_{11} + G_{12}(I - G_{22}C)^{-1}G_{21} = F(G, C)$, де F означає нижнє дробово-лінійне перетворення.

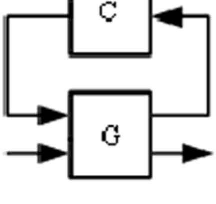

Рис 1. – M-Δ конфігурація

Таким чином, задача звелась до вибору регулятора C, що забезпечує виконання умови $\mu(F(G, C)) \le \frac{1}{\gamma}$, а задача про максимальну робастність до мінімізації по C $min\,\mu(F(G, C))$.

Нажаль, прямі методи вирішення цієї задачі невідомі, тому використовують непрямий шлях, що не завжди гарантує знаходження рішення.

Для μ відома верхня границя $\mu(M) \le inf \left\| DMD^{(-1)} \right\|$, де D – блочно-діагональна матриця. При фіксованому D задача мінімізації по C виглядає $min \left\| DF(G,C)D^{(-1)} \right\|_{\infty}$, що являє собою стандартна задача H_{∞} оптимізації.

З іншої сторони при фіксованому C та ω рішення задачі

$$min \left\| DMD^{-1} \right\|,\ M = M\left(j\omega\right) = F\left(G\left(j\omega\right), C\left(j\omega\right)\right).$$

Таким чином алгоритм вирішення задачі μ-синтез, що називається D-C – ітераціями має вигляд:

1. D – ітерація. Для знайденого наближення C та сітки по частотам вирішують задачу: $\min \left\| DMD^{-1} \right\|$, $M = M\ (j\omega)$ Рішення яких позначається D_i. Потім знаходиться функція $D(s)$ що добре апроксимує знайдені рішення на сітці ω.

2. C – ітерація. Для знайденого $D(s)$ методами H_{∞} оптимізації знаходять чергове наближення для регулятора C. після чого переходять до пункту 1.

Аналіз методів робастного управління. Зручним апаратом робастної стабілізації являється техніка, що ґрунтується на побудові загальної квадратичної функції Ляпунова. Рішення цієї задачі зводиться до вирішення лінійних матричних нерівностей, що відповідають всім можливим значення невизначеності. Перевагою даного методу є його простота, однак недоліком є велика кількість ітерацій.

Аналогічним чином, шляхом зведення до лінійно матричних нерівностей вирішується задача про гарантоване значення квадратичного показника якості для системи з параметричною невизначеністю. Переваги та недоліки аналогічні вище вказаному стабілізатору.

Переваги H_{∞} синтезу: працює як зі стійкістю, так і з чутливістю системи,замкнутий контур завжди стійкий, прямий однопрохідний алгоритм синтезу.

На основі μ-аналізу можуть бути побудовані процедури μ-синтезу. Вони зводяться до почергової мінімізації верхньої границі для μ по регулятору C і мінімізації цієї границі при знайденому регуляторі C. При цьому не гарантується що максимальний робастний регулятор буде знайдений.

На основі аналізу переваг та недоліків пропонується синтезувати квадратичний та H_{∞} регулятор.

Для передатних функцій невизначеної моделі (1) синтезовані вище вказані робастні регулятори. Для порівняння роботи регуляторів були побудовані перехідні характеристики з ПІД регулятором для номінального значення моделі та синтезованих квадратичного та H_{∞} регулятора.

З графіків видно, що ПІД регулятор забезпечує вихід на усталений рівень всіх варіантів передатних функцій, незважаючи, що це не робастний регулятор. При варіантах з більшим діапазоні невизначеності ПІД регулятор не може гарантувати відповідну якість роботи.

З графіків роботи робастних регуляторів видно, що обидва забезпечують вирішення поставленої проблеми, а саме забезпечення гарантованої якості керованих процесів при невизначеності параметрів функціональних компонентів системи. Виходять на усталений рівень майже однаково близько 6 секунд, видно значне перерегулювання 80 % при квадратичному і близько 50 % при H_{∞} регуляторі.

Висновки. В роботі проведено аналіз існуючих методів робастного управління. Враховуючи переваги та недоліки, для реалізації обрано квадратичний та H_{∞} регулятор.

Результатом роботи є синтезовані квадратичний та H_{∞} регулятор, що забезпечують стійкість замкнутої системи не тільки для номінального об’єкта, але і для будь-якого об’єкту, що належить множині «збурених» об’єктів, визначуваних класом невизначеності.

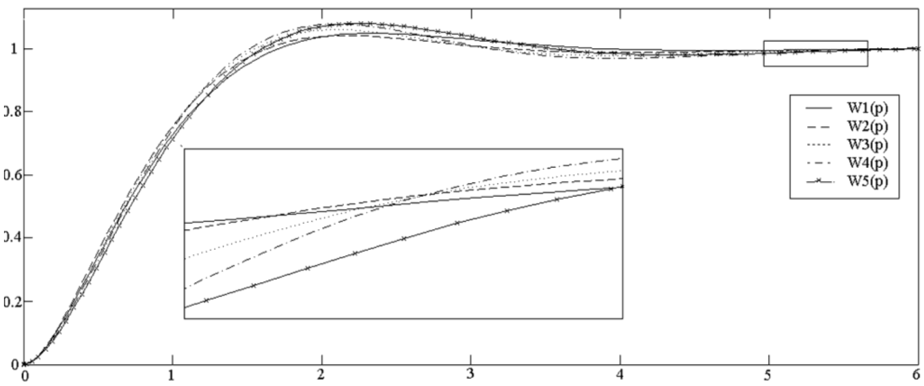

Рис 2 – Результати роботи ПІД регулятора

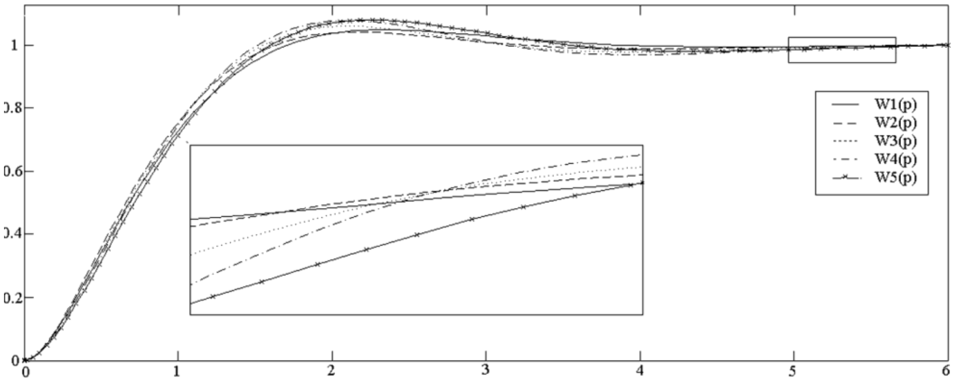

Рис 3. – Результати роботи квадратичного регулятора

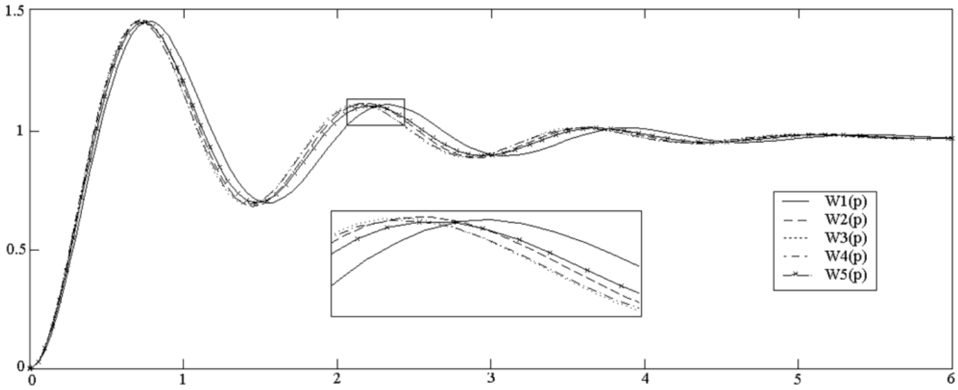

Рис 4. – Результати роботи H_∞ регулятора

Синтезований для номінального об'єкта ПІД регулятор забезпечує стійкість для даних варіантів невизначеності, проте не гарантує стійкість для всього діапазону невизначеності.

Робастні регулятори забезпечують стійкість системи на всьому діапазоні невизначеності. Аналізуючи графіки результатів роботи необхідно зазначити наявність значної коливності та перерегулювання.

Список використаної літератури

1. *Бондаренко Б. И.* Альбом технологических схем процессов переработки нефти и газа / Б. И. Бондаренко, О. Ф. Глаголева, Г. И. Глазов [и др.] – М. : Химия, 2003. – 103 с.
2. Korotynskyi, A.P. and Korzhyk, M.V. (2016). "Uncertain Model of Reactor in process of production grease on soap thickeners", *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivs'kyj politekhnichnyj instytut»*, vol. 1(14), pp. 41–45.
3. *Поляк Б. Т.* Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М. : Наука, 2002. – 303 с.
4. *Петков П.* Робастни системи за управление анализ и синтез с MATLAB / П. Петков, М. Константинов. – София: ABC Техника, 2002. – 429 с.

Надійшла до редакції 05.12.2016