

КУБРАК А. І., к.т.н., проф.; КОВАЛЮК Д. О., к.т.н., доц.; ЗАДВОРНИЙ Б. В., магістрант
 Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

ОБЧИСЛЕННЯ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗА СИСТЕМОЮ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Запропоновано програмну реалізацію алгоритму розрахунку частотних характеристик за системою звичайних диференціальних рівнянь у середовищі TURBO PASCAL і MatLab. Наведено структуру програм, описано їхні складові, проаналізовано результати моделювання.

Ключові слова: система автоматичного керування, частотні характеристики, TURBO PASCAL, MatLab.

© Кубрак А. І., Ковалюк Д. О., Задворний Б. В., 2016.

Постановка проблеми та аналіз попередніх досліджень. Частотні характеристики систем автоматичного керування розраховують шляхом заміни $p = j\omega$ у передатій функції відповідного каналу [1]. Якщо досліджувана система має множинну каналів, постає задача отримати частотні характеристики для кожного з них або для їхньої певної комбінації.

Математичний опис системи можна подати у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь у канонічній формі. Тоді, за необхідності, можна визначити будь-яку передатну функцію. Але бажано мати можливість розрахунку частотних характеристик для заданого каналу без попереднього визначення відповідної передатної функції [2]. Сучасні програмні засоби дозволяють це зробити.

Метою статті є підвищення точності й простоти моделювання систем керування завдяки програмній реалізації алгоритму розрахунку частотних характеристик за системою звичайних диференціальних рівнянь.

Алгоритм розв'язку. Наведемо систему диференціальних рівнянь в канонічній формі:

$$dy_z/dt = \sum_{z=1}^n A_{zs} y_s + \sum_{z=1}^m B_{zs} x_s, \quad 1 \leq z \leq n, \text{ де } x_s - \text{вхідні сигнали } (s = 1...m); y_s - \text{вихідні сигнали } (s = 1...n); ; n - \text{порядок системи}; m - \text{кількість входів}; A_{zs}, B_{zs} - \text{коефіцієнти.}$$

Розглянемо набір каналів, спільним входом яких є X_{Ninp} , а виходами – усі можливі y_s . Ненульовий приріст надається лише сигналу, для інших входів він є нульовим. Після перетворення за Лапласом:

$$pW_{Ninp,z}(p) = \sum_{z=1}^n A_{z,s} W_{Ninp,s} + B_{z,Ninp}, \quad 1 \leq z \leq n, \text{ де } W_{Ninp,s}(p) - \text{передавальна функція каналу } X_{Ninp} \rightarrow y_s.$$

Після заміни $p = j\omega$: $j\omega(Rz + iIz) = \sum_{s=1}^n A_{z,s} (R_s + iI_s) + B_{z,Ninp}$, $1 \leq z \leq n$, де R_z, I_z – дійсно- та уявно-частотна характеристики каналу $X_{Ninp} \rightarrow y_z$; R_s, I_s – те саме для каналу $X_{Ninp} \rightarrow y_s$.

Кожне з цих комплексних рівнянь розкладається на два (для дійсних та уявних частин). Для рівняння z :

$$\begin{cases} \sum_{s=1}^n A_{z,s} R_s + \omega I_z = -B_{z,Ninp} \\ -\omega R_z + \sum_{s=1}^n A_{z,s} I_s = 0 \end{cases} \quad 1 \leq z \leq n$$

Маємо систему $2n$ рівнянь із $2n$ невідомими $R_s, I_s, 1 \leq s \leq n$. Невідомі розміщено в порядку: $R_1, R_2, \dots, R_n, I_1, I_2, \dots, I_n$, а в системі спочатку розміщені рівняння для дійсних частин $1 \leq z \leq n$, потім – для уявних, знову ж таки для $1 \leq z \leq n$. Розширена матриця коефіцієнтів системи матиме таку структуру:

	1	2	3	...	n	$n + 1$	$n + 2$	$n + 3$...	$2n$	$2n + 1$
1	$A_{1,1}$	$A_{1,2}$	$A_{1,3}$...	$A_{1,n}$	ω	0	0	...	0	$-B_{1,Ninp}$
2	$A_{2,1}$	$A_{2,2}$	$A_{2,3}$...	$A_{2,n}$	0	ω	0	...	0	$-B_{2,Ninp}$
3	$A_{3,1}$	$A_{3,2}$	$A_{3,3}$...	$A_{3,n}$	0	0	ω	...	0	$-B_{3,Ninp}$
...
n	$A_{n,1}$	$A_{n,2}$	$A_{n,3}$...	$A_{n,n}$	0	0	0	...	ω	$-B_{n,Ninp}$
$n + 1$	$-\omega$	0	0	...	0	$A_{1,1}$	$A_{1,2}$	$A_{1,3}$...	$A_{1,n}$	0
$n + 2$	0	$-\omega$	0	...	0	$A_{2,1}$	$A_{2,2}$	$A_{2,3}$...	$A_{2,n}$	0
$n + 3$	0	0	$-\omega$...	0	$A_{3,1}$	$A_{3,2}$	$A_{3,3}$...	$A_{3,n}$	0
...
$2n$	0	0	0	...	$-\omega$	$A_{n,1}$	$A_{n,2}$	$A_{n,3}$...	$A_{n,n}$	0
	R_1	R_2	R_3	...	R_n	I_1	I_1	I_1	...	I_n	

Під матрицею наведено невідомі дійсно- та уявно-частотні характеристики для каналу, коефіцієнтами при яких є елементи відповідного стовпця. Отримуємо систему рівнянь, яку розв'язуємо методом Гаусса.

Програмна реалізація. За наведеним алгоритмом розроблено процедуру *UrGod*, що розраховує частотні характеристики за системою звичайних диференціальних рівнянь.

У середовищі TURBO PASCAL:

```
Procedure UrGod;
  var z,s:integer; Ms:Matr; R:Coef;
  begin
    for z:=1 to n do
      begin
        for s:=1 to n do
          begin
            Ms[z,s]:=A[z,s]; Ms[z+n,s+n]:=A[z,s];
            if s=z then
              begin
                Ms[z,s+n]:=w; Ms[z+n,s]:=-w
              end
            else begin
                Ms[z,s+n]:=0; Ms[z+n,s]:=0
              end
            end;
            Ms[z,2*n+1]:=-B[z,Ninp]; Ms[z+n,2*n+1]:=0
          end;
          SystUr(2*n,Ms,R); % Розв'язок системи рівнянь для знаходження
          x:=R[Nout]; % результуючого масиву R з розв'язками X і Y
          y:=R[Nout+n];
        end;
      end;
    end;
```

У середовищі MatLab:

```
function [X,Y]=UrGod(A, B, Ninp, Nout)
n=size(A,1); % Кількість рядків матриці A
w=0:0.01:1; % Задання значень частоти ω
m=size(w,2);
for k=1:m; % Формування матриці коефіцієнтів Ms
  for z=1:n
    for s=1:n
      Ms(z,s)=A(z,s);
      Ms(z+n,s+n)=A(z,s);
      if z==s
        Ms(z,s+n)=w(k);
        Ms(z+n,s)=-w(k);
      else
        Ms(z,s+n)=0;
        Ms(z+n,s)=0;
      end;
    end;
  end;
  Ms(z,2*n+1)=-B(z,Ninp);
  Ms(z+n,2*n+1)=0;
end;
X1= rref(Ms); % Розв'язок системи рівнянь Ms
R=X1(:,2*n+1);
X(k)=R(Nout);
Y(k)=R(Nout+n);
end
figure(1)
plot(X,Y,'b') % Побудова годографа
grid on
end
```

```

>> A=[-1 0 0 1; 0.5 -0.5 0 0; 0 0.25 -0.25 0; 0 0 -0.1 0]
A =
   -1.0000         0         0         1.0000
    0.5000   -0.5000         0         0
         0    0.2500   -0.2500         0
         0         0   -0.1000         0

>> B=[1 0 0 0; 0 0.5 0 0; 0 0 0.25 0; 0 0 0 0.1]
B =
    1.0000         0         0         0
         0    0.5000         0         0
         0         0    0.2500         0
         0         0         0    0.1000

```

Рис. 1 – Матриці коефіцієнтів системи диференціальних рівнянь (середовище MATLAB)

Висновки. Розроблено підпрограми розрахунку частотних характеристик за системою звичайних диференціальних рівнянь у двох програмних середовищах. Вони надають змогу визначити дійсно- та уявно-частотні характеристики будь-якої системи за різними каналами без необхідності пошуку передатної функції. Підпрограма в середовищі MatLab є більш інформативною, оскільки надає можливість побудови амплітудно-фазової характеристики, тоді як підпрограма у середовищі TURBO PASCAL потребує для цього додаткових процедур.

Список використаної літератури

1. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М. : Лабор. базовых знаний, 2002. – 832 с.
2. Кваско М. З. Числові методи комп'ютерного моделювання автоматичних систем. Алгоритми і програми / М. З. Кваско, А. І. Кубрак, А. І. Жученко. – К. : Політехніка, 2003. – 360 с.

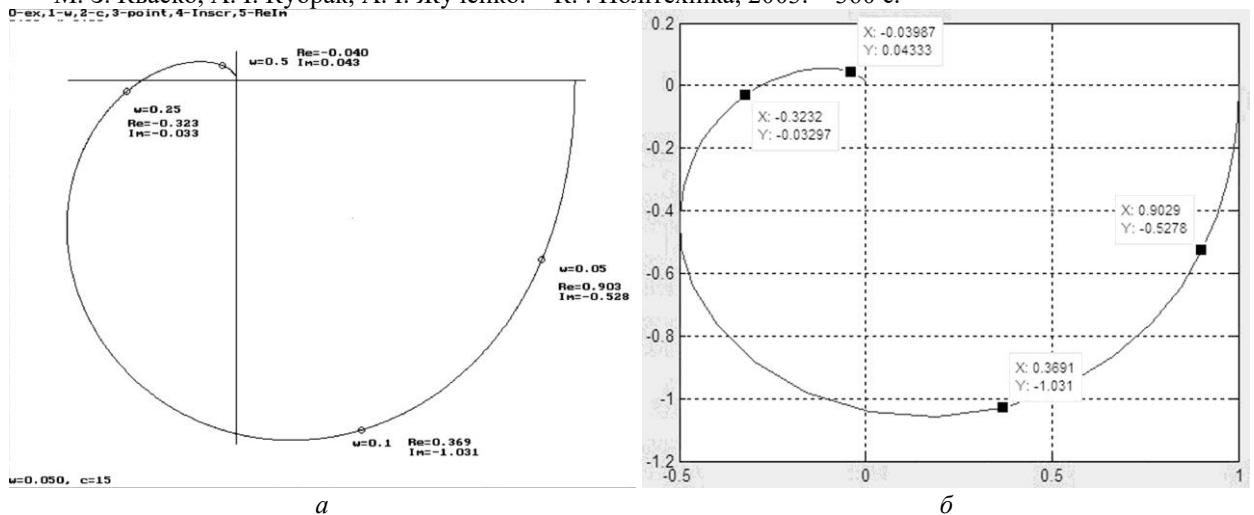


Рис. 3 – Амплітудно-фазові характеристики за каналом $X_{Nimp} = 4 \rightarrow Y_{Nout} = 3$ у середовищах: а – TURBO PASCAL; б – MatLab

Надійшла до редакції 05.12.2015