

ЛАЗАРЄВ Т. В., асп.
 Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОЕЛЕКТРИЧНОГО СТАНУ ЗА ДОПОМОГОЮ OpenFOAM

Проведено серію тестових розрахунків з оцінки придатності вільного відкритого програмного коду OpenFOAM для розв'язання термічних та електротермічних задач.

Ключові слова: OpenFOAM, числове моделювання, теплоелектричний стан.

© Лазарєв Т. В., 2013.

Постановка проблеми. Швидкість, точність, мінімальні затрати праці та ресурсів – основні характеристики сучасного підходу до розроблення нового та вдосконалення діючого обладнання та технологічних процесів. Дотримання зазначених вимог можуть гарантувати числові розрахунки з використанням сучасних обчислювальних пристроїв та програмного забезпечення. Цей інструмент дозволяє аналізувати нові рішення ще на початкових стадіях проекту, дозволяє оцінити вплив окремих чинників на результат, вибрати оптимальні співвідношення вихідних параметрів, визначити величини, що складно, а іноді й неможливо знайти експериментальним шляхом.

У світі існує багато програмних продуктів для числового моделювання. Деякі з них є вузькоспеціалізованими, інші дозволяють вирішувати широке коло задач в одному робочому середовищі (ANSYS, ANSYS FLUENT, ANSYS CFX, Nastran, STAR-CD, FLOWVISION, COMSOL Multiphysics, ELMER, OpenCFD). Більшість із них є комерційними продуктами із закритим кодом. Але існують деякі проекти, що працюють на умовах вільного програмного забезпечення, зокрема OpenFOAM.

Продукт OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation), розроблений компанією OpenCFD Ltd, призначений для розв'язання задач гідро- та аеродинаміки нестислого і стислого середовища з використанням різних моделей турбулентності (RANS, LES, DES, DNS); багатофазних задач з урахуванням хімічних реакцій і теплопередачі; задач горіння рідин, газів і твердих частинок; задач електрики та магнетизму; розрахунків на міцність і динаміку твердих тіл; фінансового моделювання [1]. Він поширюється за ліцензією GNU General Public License (GPL), що надає користувачеві право використовувати, копіювати, поширювати, вивчати, змінювати і покращувати програмне забезпечення.

Код OpenFOAM реалізовано так, що більшість диференціальних і тензорних операторів можна навести в інтуїтивно-зрозумілій формі. Як приклад, розглянемо нестационарне рівняння теплопровідності:

$$c_p(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla[\lambda(T)\nabla T], \quad (1)$$

де c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг · К); ρ – густина, кг/м³; T – температура, К; τ – час, с; ∇ – оператор Гамільтона; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м · К).

Рівняння (1) в коді OpenFOAM [2]:

```

solve
(
  fvm::ddt(cp*rho, T)
  == fvm::laplacian(lambda, T)
);
  
```

(2)

Для розв'язання численних інженерних задач уже розроблено спеціальні вирішувачі. Зокрема, базовий код chtMultiRegionFoam є вирішувачем нестационарних нелінійних рівнянь теплопровідності без внутрішніх джерел теплоти, а також нерозривності, збереження енергії і моменту імпульсу для рідких середовищ. Особливістю коду chtMultiRegionFoam є те, що, наприклад, стаціонарне поле температур, визначається методом встановлення через розв'язання нестационарної задачі [1, 2].

Невирішеною частиною наукової проблеми є модифікація коду chtMultiRegionFoam для розв'язання теплових задач з наявністю внутрішнього джерела теплоти та задач теплоелектричного стану.

Метою статті є апробація програмного коду OpenFOAM на задачах стаціонарної нелінійної теплопровідності без і з урахуванням внутрішніх джерел теплоти, а також модифікація коду для моделювання проблеми електричного нагрівання твердих тіл.

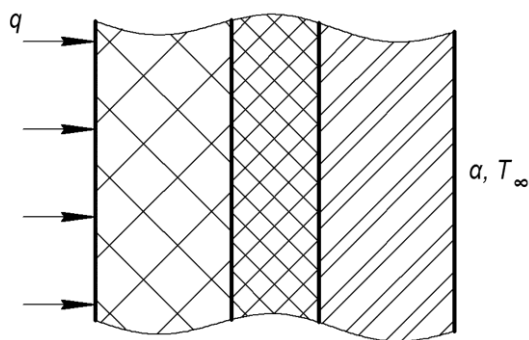


Рис. 1 – Геометрія задачі 1

навоколишнього середовища $T_{\infty} = 300$ К. Дискретизація моделі – структурована сітка з 10000 шестигранних елементів еквівалентного розміру. Розв’язки наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Розв’язки задачі 1

Температура	Розв’язок рівняння (1), К		
	аналітичний [4, 5]	розрахунковий, КПЗ	розрахунковий, OpenFOAM
На гарячій стінці	1598,93	1598,82	1598,96
Між стінками 1 і 2	1563,71	1565,58	1565,72
Між стінками 2 і 3	853,09	853,07	853,08
На холодній стінці	442,82	442,82	442,82

Задача 2 – стаціонарна нелінійна теплопровідність із внутрішнім джерелом теплоти (рис. 2). Геометричну область утворюють два однакові ідеально спряжені циліндри діаметром і довжиною 0,2 м кожний.

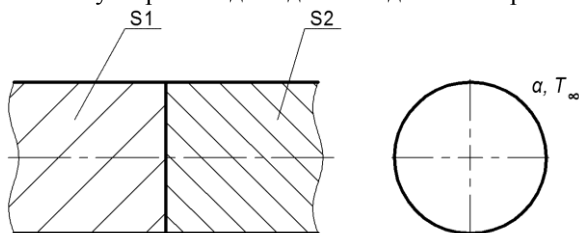


Рис. 2 – Геометрія задачі 2

Теплофізичні властивості циліндрів і внутрішнього джерела – однакові: $\rho = 500$ кг/м³; $\lambda = 7,9$ Вт/(м · К); $c_p = 1841$ Дж/(кг · К); інтенсивність внутрішнього джерела теплоти $S = 4000$ Вт/м³. Межові умови: на бічній поверхні циліндрів – $\alpha = 7$ Вт/(м² · К); $T_{\infty} = 300$ К; на зовнішніх торцевих поверхнях – адіабатні. Дискретний аналог геометричної моделі – 28854 гексаєдрони.

Рівняння нестационарної нелінійної теплопровідності з внутрішнім джерелом теплоти та його інтерпретація в OpenFOAM:

$$c_p(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla[\lambda(T)\nabla T] + S; \quad (3)$$

```

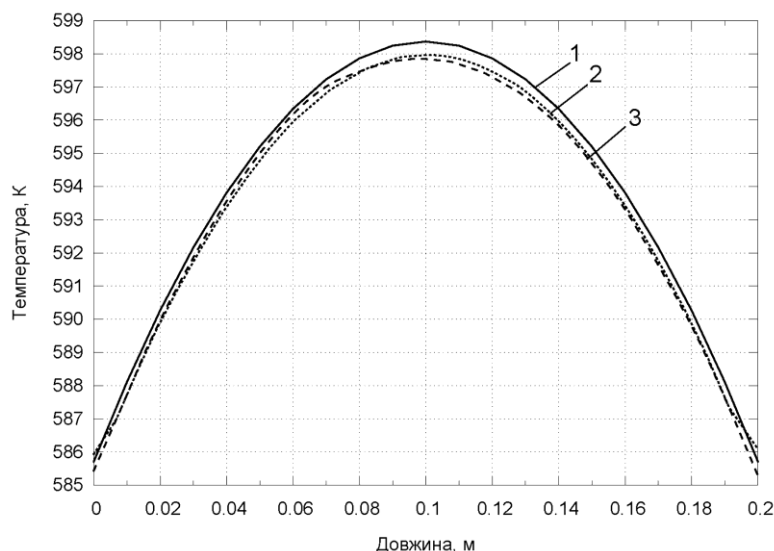
solve
(
    fvm::ddt(cp*rho, T)
    == fvm::laplacian(lambda, T) + source
);
    
```

Розв’язки задачі 2 (табл. 2) порівнювали з аналітичним розв’язком одновимірної лінійної задачі стаціонарної теплопровідності нескінченного циліндра з внутрішнім джерелом теплоти [4, 5] (рис. 3).

Таблиця 2 – Розв’язки задачі 2

Температура	Розв’язок рівняння (3), К		
	аналітичний [4, 5]	розрахунковий, КПЗ	розрахунковий, OpenFOAM
Середня за об’ємом	592,04	591,7	591,65
Максимальна	598,37	598	597,89
Мінімальна	585,71	586,15	585,01

Задача 3 – зв’язана електротермічна; стаціонарне електричне нагрівання трьох зразків квадратного перерізу з розмірами елементів 1, 3 – $0,3 \times 0,2 \times 0,2$; 2 – $0,4 \times 0,2 \times 0,2$, що перебувають в ідеальному контакті торцевими поверхнями (рис. 4). Теплофізичні властивості зразків є однаковими і відповідають задачі 2. Електропровідність центрального зразка $\sigma_2 = 400$ (Ом · м)⁻¹, бічних $-\sigma_1 = \sigma_3 = 1600$ (Ом · м)⁻¹.



1 – аналітичний розв’язок; 2 – розрахунок, КПЗ; 3 – розрахунок, OpenFOAM

Рис. 3 – Профіль температур у радіальному напрямку циліндра в задачі 2

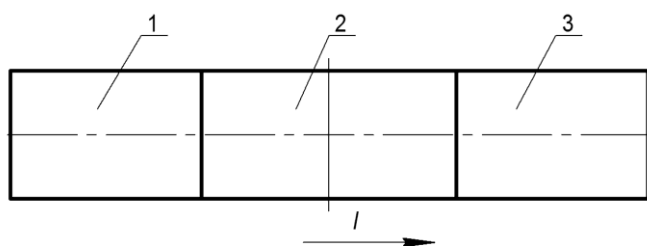
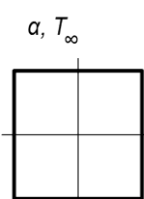


Рис. 4 – Геометрія задачі 3



Межові умови: на зовнішній поверхні зразків – $\alpha = 7 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $T_\infty = 300 \text{ К}$; на торцевих поверхнях – адіабатні. Перепад напруги за довжиною системи зразків – 5 В. Дискретизація моделі – структурована сітка з 40000 гексаєдронів еквівалентного розміру.

Відповідна система диференціальних рівнянь [7] та її інтерпретація в OpenFOAM:

$$\begin{cases} \nabla[\sigma(T)\nabla U] = 0 \\ c_p(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla[\lambda(T)\nabla T] + \sigma(T)|\nabla U|^2 \end{cases} \quad (5)$$

де U – електричний потенціал, В; σ – електропровідність, $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$.

```

solve
(
  fvm::laplacian(Ro, vel)
);
solve
(
  fvm::ddt(cp*rho, T)
  == fvm::laplacian(lambda, T)
  + Ro*(fvc::grad(vel) & fvc::grad(vel))
);
  
```

(6)

Модель (5), записана у вигляді (6), реалізована в новому коді electroThermFoam, що є модифікованою версією chtMultiRegionFoam. Для його апробації розв’язували тестову задачу стаціонарного електричного нагрівання і порівнювали її розв’язки з результатами, отриманими за допомогою КПЗ (табл. 3 і рис. 5).

Аналіз результатів. Для задач теплопровідності (задача 1) КПЗ і OpenFOAM показали майже ідентичні результати (відхилення від точного розв’язку за температур понад 1000 К – у межах 0,01 %).

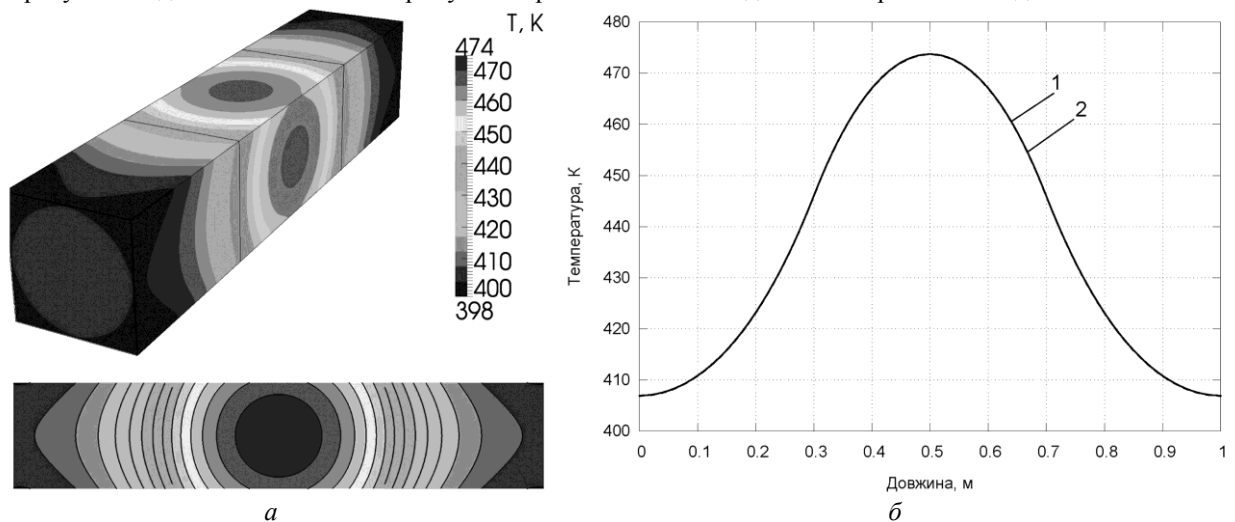
Для задачі теплопровідності в нескінченному циліндрі з внутрішнім джерелом теплоти (задача 2), OpenFOAM показав близький до точного розв’язку розподіл поля температур. При цьому результати числового аналізу в КПЗ та OpenFOAM були меншими, аніж теоретичні.

Таблиця 4 – Розв’язки задачі 3

Параметри	Розв’язок системи (5)		
	розрахунковий, КПЗ	розрахунковий, OpenFOAM	аналітичний
Температура, К			
середня за об’ємом елемента 1	416,02	415,96	
максимальна елемента 1	444,55	445,95	
мінімальна елемента 1	398,96	398,46	

середня за об'ємом елемента 2	460,22	460,16	
максимальна елемента 2	473,74	473,68	
мінімальна елемента 2	436,53	435,11	
середня за об'ємом елемента 3	416,03	415,96	
максимальна елемента 3	444,56	445,95	
мінімальна елемента 3	398,96	398,46	
Потужність джерела теплоти, Вт			
в елементах 1 і 3	8264,32	8264,46	8264,46
в елементі 2	33057,76	33057,85	33057,85
Сумарна електрична потужність, Вт	145,45	145,45	145,46
Сила струму, А	727,27	727,27	727,27

Електрична частина задачі 3 добре корелює з точним розв'язком. При цьому результати теплових розрахунків за допомогою нового вирішувача OpenFOAM майже ідентичні отриманим за допомогою КПЗ.



а – поля температур; б – профіль температур уздовж центральної осі зразків: 1 – КПЗ; 2 – OpenFOAM

Рис. 5 – Результати розрахунків поля температур задачі 3

Висновки. Відносна похибка моделювання температурних полів термічних та електротермічних задач за допомогою OpenFOAM не перевищує 2 % за мінімальними/максимальними значеннями і менше 1 % за значеннями, усередненими за об'ємом. Це підтверджує можливість застосування відкритого програмного коду OpenFOAM у розв'язанні задач теплоелектричного стану твердих тіл.

Перспективи подальших досліджень. У подальших планах – модернізація коду electroThermFoam для нелінійних задач з урахуванням заданого режиму введення електричної потужності в систему і створення нового вирішувача для моделювання теплоелектричного стану агрегатів для термічного оброблення сипких матеріалів.

Список використаної літератури

1. OpenFOAM. The Open Source CFD Toolbox [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.openfoam.org> (дата звернення 01.05.13).
2. OpenFOAM. User Guide [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://foam.sourceforge.net/docs/Guides-a4/UserGuide.pdf> (дата звернення 01.05.13).
3. Физические величины : справочник / под ред. И. С. Григорьева. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
4. Исаченко В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1975. – 488 с.
5. Han J.-C. Analytical Heat Transfer / Je-Chin Han. – CRC Press, 2012. – 326 p.
6. OpenFOAM. Programmer's Guide [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://foam.sourceforge.net/docs/Guides-a4/ProgrammersGuide.pdf> (дата звернення 01.05.13).
7. Карвацький А. Я. Теоретичні та експериментальні дослідження теплоелектричного та механічного стану високотемпературних агрегатів / А. Я. Карвацький, Є. М. Панов, С. В. Кутузов та ін. – К. : НТУУ «КПІ», 2012. – 352 с.

Надійшла до редакції 23.01.2013.