

РОЗРАХУНОК ТЕЧІЇ НЕНЬЮТОНІВСЬКОЇ РІДИНИ В КАНАЛІ КІЛЬЦЕВОГО ПЕРЕРІЗУ

Досліджено течію неньютонівської рідини в каналі кільцевого перерізу, складено та розв'язано степеневу реологічну модель. Наведено програму розрахунку та його результати для розплаву поліетилену. Результати порівняно з відомими методиками. Інженерна задача, що вирішується, – розрахунок гідростатичного тиску в каналах формувального інструмента для перевірки умови неспінення розплаву полімеру в ньому.

Ключові слова: розплав полімеру, формувальний інструмент, спінений поліетилен, математична модель, кільцевий зазор.

© Двойнос Я. Г., Назарчук В. В., Хотинецький М. І., 2015.

Постановка проблеми. Забезпечення мінімально необхідного тиску для запобігання спіненню розплаву в каналах формувального інструменту вимагає проектування й розрахунку нових екструзійних головок [1]. З огляду на це, створення нової методики розрахунку перепаду тиску в каналі кільцевого перерізу з урахуванням неньютонівської поведінки розплаву полімеру є актуальним.

Аналіз попередніх досліджень. Більшість авторів використовують для розрахунку формувальних інструментів модель течії неньютонівської рідини в каналі кільцевого перерізу [2] із такими припущеннями:

- реологічні властивості рідини достатньо точно описуються степеневим законом $\tau = K\dot{\gamma}^n$, де τ – дотичне напруження у розплаві, Па; K – коефіцієнт консистентності, сталий за заданої температури, Па · сⁿ; $\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву розплаву, с⁻¹; n – показник степеня неньютонівської поведінки;

- рідина є нестискною, а її рух – ламінарним і усталеним;
- втрати тиску на ефектах входу/виходу з канал відсутні;
- форма перерізу каналу та його розміри є сталими;
- течія є ізотермічною; відсутній теплообмін крізь стінку каналу та саморозігрів розплаву дисипацією;
- відсутнє проковзування полімеру на стінках каналу;
- елементарний об'єм рухається каналом під дією градієнта тиску й перебуває в рівновазі.

Наближений розв'язок такої моделі дозволяє визначати об'ємну витрату неньютонівської рідини:

$$Q = \frac{a''(pD+h)h^{k+2}\Delta P^k}{3L^k 2^{k+1}}, \quad a'' = \frac{3(k+3)}{4(k+2)} a', \quad a' = \frac{4}{k+3} a, \quad a = K^{-1/n}, \quad k = 1/n,$$

де D – діаметр зовнішньої циліндричної стінки кільцевого зазора, см; h – ширина кільцевого зазора, см; L – довжина кільцевого каналу, см; ΔP – перепад тиску в кільцевому каналі, Па.

Невирішеною частиною наукової проблеми є визначення зворотної залежності $\Delta P = f(Q)$.

Метою цієї статті є створення та перевірка адекватності методики розрахунку гідралічного тиску в каналах кільцевого перерізу за відомими параметрами та продуктивністю.

Викладення основного матеріалу. Виокремимо елементарний за довжиною dx елемент розплаву кільцевого каналу (рис. 1), де F_1, F_2 – сили від дії гідростатичного тиску на елементарний об'єм, Н; F_3, F_4 – сили від дотичних напружень на зовнішній і внутрішній поверхнях контакту елементарного об'єму зі стінками каналу, Н.

Елементарний об'єм розплаву перебуває в рівновазі, тобто $F_1 - F_2 - F_3 - F_4 = 0$. При цьому $F_1 - F_2 = \frac{dP}{dx} dx (pR^2 - pr^2)$, $F_3 = \phi_{xy}|_{y=R} 2pRdx$, $F_4 = -\phi_{xy}|_{y=r} 2prdx$. Замінивши $A = \phi_{xy}|_{y=R}$, $B = \phi_{xy}|_{y=r}$ і спростивши вираз, одержимо:

$$B = A \frac{R}{r} - \frac{1}{2} \frac{dP}{dx} \left(\frac{R^2 - r^2}{r} \right). \quad (1)$$

За умовами задачі градієнт тиску в каналі $dP/dx = \Delta P/L$, де ΔP – перепад тиску на визначеній ділянці кільцевого каналу, м.

Доповнимо лінійне рівняння з двома невідомими (1) рівнянням розподілу швидкостей у перерізі каналу, з урахуванням непросковзування розплаву поверхнею стінок. Для цього визначимо дотичне напруження в довільній точці кільцевого перерізу, враховуючи, що має місце простий зсув, а процес є симетричним, таким, що залежить лише від відстані до стінок каналу (координати Y).

Виокремимо в елементарному об'ємі менший елементарний об'єм, із зовнішньою стінкою на довільному радіусі y (рис. 2), де F_{3y} – сила, що компенсує дотичну на внутрішній поверхні нового елементарного об'єму, а F_{1y} і F_{2y} – сили, що діють на його торці від гідростатичного тиску.

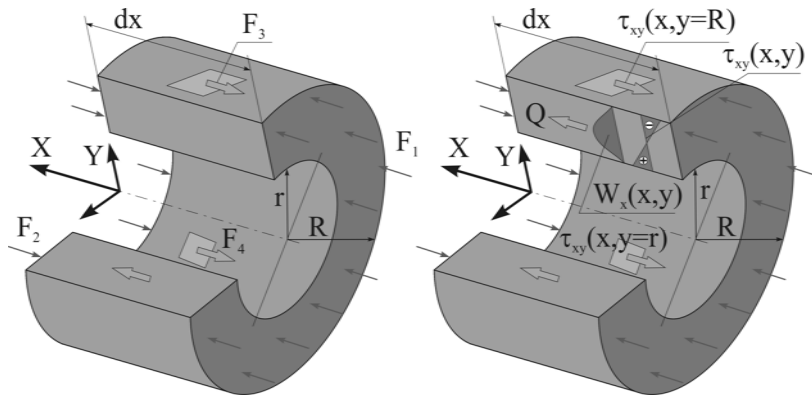


Рис. 1 – Сили, що діють на елементарний елемент об'єму в кільцевому каналі

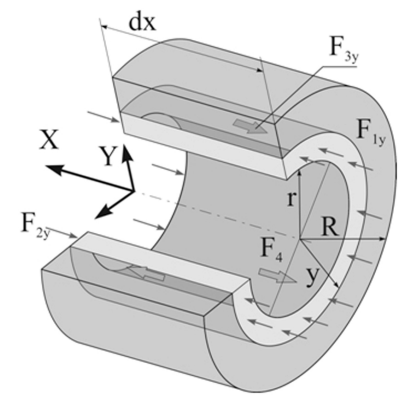


Рис. 2 – Те ж, у каналі із зовнішнім радіусом у

Елементарний об'єм розплаву перебуває в рівновазі, тобто $F_{1y} - F_{2y} - F_{3y} - F_4 = 0$. При цьому $F_{1y} - F_{2y} = \frac{dP}{dx} dx (py^2 - pr^2)$, $F_{3y} = \phi_{xy}(y) 2py dx$, $F_4 = B 2pr dx$. Спростивши вираз, одержимо:

$$\phi_{xy}(y) = \frac{1}{2} \frac{dP}{dx} y + \frac{1}{y} \left(Br - \frac{r^2}{2} \frac{dP}{dx} \right). \quad (2)$$

Зворотна реологічна залежність $\frac{dW_x}{dy} = \Gamma_{xy} = \sqrt[n]{\frac{\phi_{xy}}{K}}$, з урахуванням $\frac{\phi_{xy}}{K} \leq 0$: $\frac{dW_x}{dy} = \Gamma_{xy} = \frac{\phi_{xy}}{|\phi_{xy}|} \sqrt[n]{\left| \frac{\phi_{xy}}{K} \right|}$.

Проінтегрувавши вираз, знайдемо швидкість на довільній відстані від центра каналу:

$$W_x(y) = \int_r^y \frac{dW_x}{dy} dy = \int_r^y \frac{\phi_{xy}(y)}{|\phi_{xy}(y)|} \sqrt[n]{\left| \frac{\phi_{xy}(y)}{K} \right|} dy, \text{ з урахуванням } W_x(r) = W_x(R) = 0:$$

$$W_x(y) = \int_r^R \frac{\phi_{xy}(y)}{|\phi_{xy}(y)|} \sqrt[n]{\left| \frac{\phi_{xy}(y)}{K} \right|} dy = 0. \quad (3)$$

Рівняння (1)–(3) утворюють математичну модель, розв'язком якої є дотичні напруження в пристінних шарах розплаву А і В.

Об'єму витрату розплаву визначаємо, проінтегрувавши швидкість за площиною каналу:

$$Q = 2p \int_r^y y W_x(y) dy, \quad (4)$$

Аналітичний розв'язок математичної моделі є ускладненим, тому було використано пакет MathCAD. Нижче наведено лістинг програми й результати розрахунку для розплаву полістиролу (рис. 3-5).

Вихідні дані:

Діаметр зовнішньої стінки кільцевого каналу	$D = 0.1$
Радіальний зазор	$h = 0.0015$
Довжина ділянки кільцевого каналу	$L = 0.007$
Густина розплаву полістиролу	$\rho = 870$
Коефіцієнт консистентності розплаву полімеру	$K = 2100$
Показник степеня неньютонівської поведінки	$n = 0.76$
Діаметр внутрішньої стінки кільцевого каналу:	$d = D - 2 \cdot h = 0.097$
Радіуси стінок каналу:	$r := \frac{d}{2} = 0.049 \quad R := \frac{D}{2} = 0.05$

Дотичне напруження на внутрішній ($y = r$) стінці каналу:

$$fB(A_1, DP) := A_1 \frac{R}{r} - \frac{1}{2} \frac{DP}{L} \frac{R^2 - r^2}{r}$$

Дотичне напруження у каналі:

$$f\phi(A_1, y, DP) := \frac{1}{2} \frac{DP}{L} y - \frac{1}{y} \left(fB(A_1, DP) \cdot r - \frac{r^2}{2} \frac{DP}{L} \right)$$

Швидкість потоку у каналі:

$$fW_x(A_1, y, DP) := \int_r^y \frac{-f\phi(A_1, y, DP)}{|f\phi(A_1, y, DP)|} \times \left(\left| \frac{f\phi(A_1, y, DP)}{K} \right| \right)^{1/n} dy$$

Визначення дотичного напруження на зовнішній ($y = R$) стінці каналу:

Початкове значення
Швидкість біля зовнішньої стінки каналу дорівнює нулю.
 $A_1 := 1$

Епюра напружень у каналі:

$$A_2(DP) := \text{root}(fWx(A_1, R, DP), A_1), \quad f\phi(y, DP) := f\phi(A_2(DP), y, DP)$$

Епюра швидкостей у каналі:

$$fWx_2 := fWx(A_2(DP), y, DP)$$

Продуктивність за розплавом, кг/год:

$$Q(DP) := c \cdot 3600 \cdot \left(\int_r^R fWx_2(y, DP) \cdot 2\pi y dy \right)$$

Розрахунок за методикою [2]:

$$a := (K \cdot 10000)^{\left(\frac{1}{n}\right)}, \quad k = \frac{1}{n}, \quad asht := a \cdot \frac{4}{k+3}$$

Переведення в сантиметри

$$R := R \cdot 100, \quad r := r \cdot 100$$

$$advst := \frac{3(k+3) \cdot asht}{4(k+2)} = 2,099 \cdot 10^{-10}, \quad f_9(DP) := 3600 \cdot c \cdot \frac{advst [p(2R) + (R-r)] \cdot (R-r)^{k+2}}{3L^k \cdot 2^{(k+1)}} \cdot \left[\frac{1}{K} \cdot (DP)^k \right]$$

Результати (виготовлення полотна завтовшки 3 мм):

$$G_1 := 340 \quad \Delta PE_1 = 3700000$$

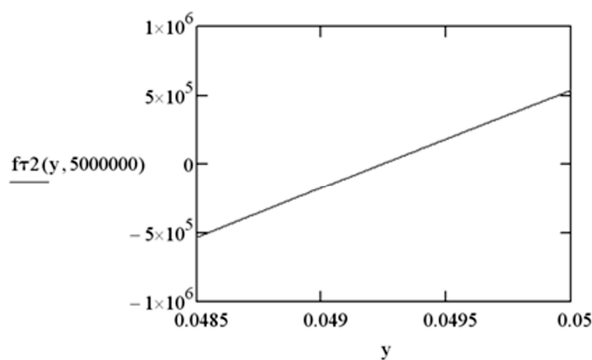


Рис. 3 – Епюра дотичних напружень на відстані у від центра

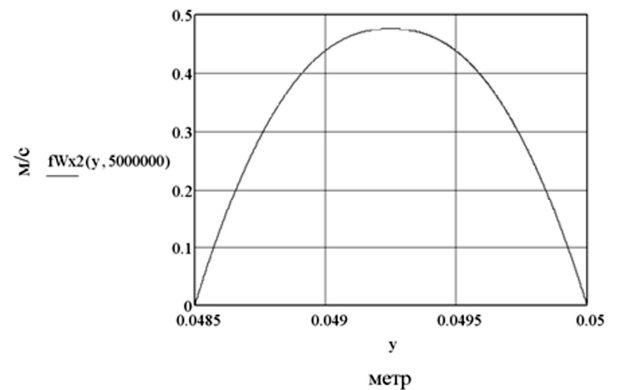


Рис. 4 – Епюра швидкості потоку на відстані у від центра

Для каналу із зазором 1,5 % від діаметра нова й відома методики майже не відрізняються, але зі зростанням зазора відмінність стає значною.

Розроблену методику було успішно використано для розрахунку нової конструкції екструзійного інструмента [3].

Висновок. Нова методика є точнішою й дозволяє визначити перепад тиску за заданою продуктивністю екструдера або необхідну продуктивність за заданим мінімальним тиском у каналах спроектованого формувального інструмента).

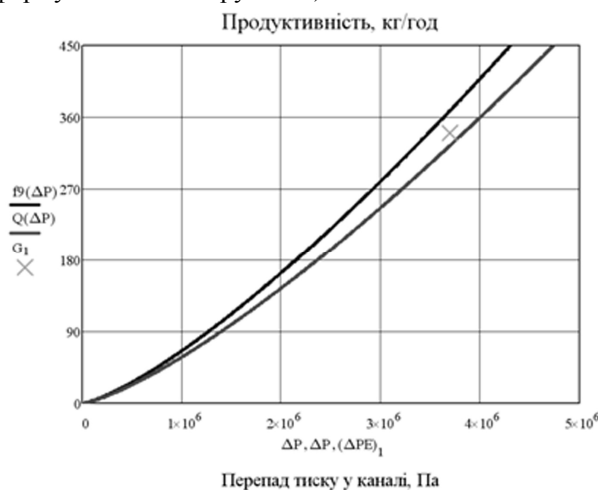


Рис. 5 – Залежності продуктивності, кг/год, від перепаду тиску, Па, визначені за відомою f_9 і новою $Q(\Delta P)$ методиками

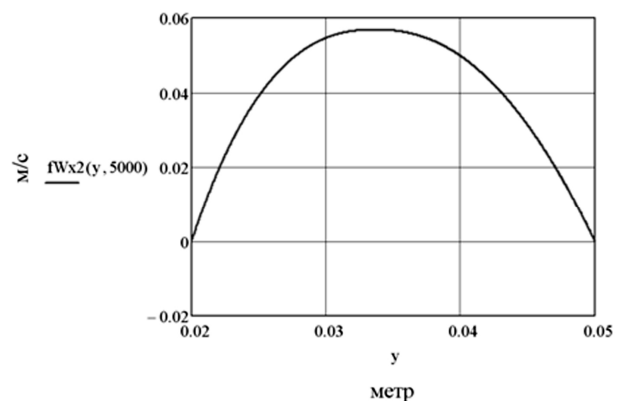


Рис. 6 – Епюра швидкості потоку за значної ширини каналу ($r/R < 0,4$)

Перспективи подальших досліджень. Створення методики визначення перепаду гідростатичного тиску в каналах, що звужуються, що вимагає подавати напружений стан у вигляді тензора напружень.

Список використаної літератури

1. *Двойнос Я. Г.* Процес формування виробів зі спіненого полістиролу / Я. Г. Двойнос, В. В. Назарчук, М. І. Хотинецький // *Энерготехнологии и ресурсосбережение.* – 2014. – № 5–6. – С. 79–83.
2. *Каплун Я. Б.* Формующее оборудование экструдеров / Я. Б. Каплун, В. С. Ким. – М. : Машиностр., 1969. – 158 с.
Двойнос Я. Г. Формующий інструмент виробництва спіненого полістиролу / Я. Г. Двойнос, В. В. Назарчук, М. І. Хотинецький // IV міжнар. наук.-практ. конф. «Ресурсозберігаючі технології та обладнання» ; Київ, 15-16 квіт. 2014 р. : зб. тез доп. – К. : Допомога, 2014. – С. 9.