

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСТРУДУВАННЯ ЕЛЕКТРОДНИХ ЗАГОТОВОК

Розроблено математичну й числову моделі пресового інструмента для екструдювання електродних заготовок із використанням наближення рідини *Bingham-Papanastasiou* для описання поведінки коксопекової суміші, що пресується. Проведено верифікацію розробленої числової моделі за даними експериментальних досліджень та встановлено, що відмінність між розрахунковими та експериментальними значеннями температур мундштука не перевищує 4 %.

Ключові слова: коксопекова суміш, електродні заготовки, екструзія, числове моделювання.

© Карвацький А. Я., Лазарєв Т. В., Тищенко О. С., 2015.

Постановка проблеми. Одним із важливих етапів технологічного циклу виготовлення вуглецево-графітової електродної продукції, на якому закладають фізичні властивості майбутніх виробів, є їхнє формування екструдюванням електродної маси крізь мундштук пресового інструмента [1]. Розроблення раціональних регламентів пресового інструмента, що забезпечують вихід якісної продукції, є, безумовно, актуальною задачею.

Електродна або коксопекова маса є композитним матеріалом, що складається з твердого вуглецевого наповнювача і кам'яновугільного або нафтового пеку [2] та має фізичні властивості неньютонівської рідини. Тому загальною науковою проблемою є правильність вибору моделі динамічної в'язкості рідини для моделювання течії електродної маси, що пресується. Аналіз літературних джерел свідчить, що коксопекова суміш відповідає властивостям рідини *Bingham* [3, 4], тобто залежно від фізичних умов може виявляти себе як тверде тіло й дуже в'язка рідина. Невирішеною частиною проблеми є відсутність адекватної числової моделі екструзії, яка б давала змогу в умовах виробництва відпрацьовувати раціональні регламенти пресування електродних заготовок за умови зміни складу коксопекової суміші й типорозмірів виробів.

Метою статті є створення математичної та числової моделей екструдювання електродних заготовок для розроблення раціональних регламентів пресового інструмента, що забезпечують вихід якісної продукції.

Виклад основного матеріалу. Ідеальна рідина *Bingham* є неньютонівською в'язко-пластичною рідиною [5]. Її характерною особливістю є те, що до певного критичного внутрішнього напруження вона веде себе як тверде тіло, а після цього починає рухатися як звичайна рідина. Це відбувається внаслідок того, що в'язко-пластична рідина має просторову жорстку внутрішню структуру, яка опирається будь-яким внутрішнім напруженням, меншим за критичне.

Математичну модель екструдювання електродної маси крізь мундштук утворює система рівнянь нерозривності, руху та енергії для ламінарного руху нестискої ідеальної рідини *Bingham*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot v = 0; \\ c \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\Phi}; \\ c \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (vh) \right] = \nabla \cdot [\lambda_{eff}(T) \nabla T] + \bar{\Phi} : \nabla v + q_v, \end{array} \right. \quad (1)$$

де v – вектор швидкості, м/с; ∇ – оператор Гамільтона, м⁻¹; ρ – густина, кг/м³; t – час, с; p – тиск, Па;

$\bar{\Phi}$ – тензор зсувних напружень, відповідно до моделі *Bingham*, Па; $h = \int_0^T c_p(T) dT$ – масова ентальпія,

Дж/кг; T – абсолютна температура, К; c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг · К); λ_{eff} – ефективний коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м · К); $\bar{\Phi} : \nabla v$ – член, що відповідає дисипації механічної енергії, Вт/м³; (\cdot) – оператор подвійного скалярного добутку; q_v – об'ємна густина джерел теплоти, пов'язана із джоулевою теплою, Вт/м³.

Тензор зсувних напружень за моделлю *Bingham*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\Phi} = \left(m_{eff} + \frac{\Phi_{hear}}{|\dot{\bar{r}}|} \right) \dot{\bar{r}}, \quad |\dot{\bar{r}}| > \Phi_{hear}; \\ \dot{\bar{r}} = 0, \quad |\dot{\bar{r}}| \leq \Phi_{hear}. \end{array} \right. \quad (2)$$

де μ_{eff} – ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості, Па · с; Φ_{shear} – межа плинності матеріалу, Па;
 $|\dot{\bar{\Gamma}}| = \sqrt{\frac{1}{2} II_{\dot{\bar{\Gamma}}}} = \sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\bar{\Gamma}} : \dot{\bar{\Gamma}})}$ і $|\Phi| = \sqrt{\frac{1}{2} II_{\Phi}} = \sqrt{\frac{1}{2} (\Phi : \Phi)}$ – другі інваріанти від $\dot{\bar{\Gamma}}$, с^{-1} , і Φ , Па; $\dot{\bar{\Gamma}} = \nabla v + v \nabla$ – швидкість деформації, с^{-1} .

Модель Bingham (2) передбачає співіснування двох областей (пластичної й твердої), що ускладнює її програмну реалізацію. Для подолання цієї проблеми Papanastasiou [6, 7] увів у рівняння (2) експоненціальний множник m :

$$\bar{\Phi} = \left(\mu_{eff} + \frac{\Phi_{shear}}{|\dot{\bar{\Gamma}}|} [1 - \exp(-m|\dot{\bar{\Gamma}}|)] \right) \dot{\bar{\Gamma}}. \quad (3)$$

Співвідношення (3) є справедливим для всіх $|\dot{\bar{\Gamma}}|$ і дає близькі до ідеальної рідини Bingham результати, коли $m \geq 100$, і забезпечує кращу наближеність до реальних в'язко-пластичних матеріалів, коли $m < 100$.

Початковими умовами системи рівнянь (1), (3) є розподіл компонент вектора швидкості, тиску й температури:

$$v_0 = v(x, y, z); \quad p_0 = p(x, y, z); \quad T_0 = T(x, y, z), \quad (4)$$

де (x, y, z) – декартові координати, м.

Межові умови об'єднують: для вхідного перерізу мундштука – нормальну швидкість, тиск і температуру (5); для відхідного перерізу – нульові градієнти тиску й температури (6); для бічних стінок мундштука – зсувні напруження та умови конвективного типу для теплового потоку (7):

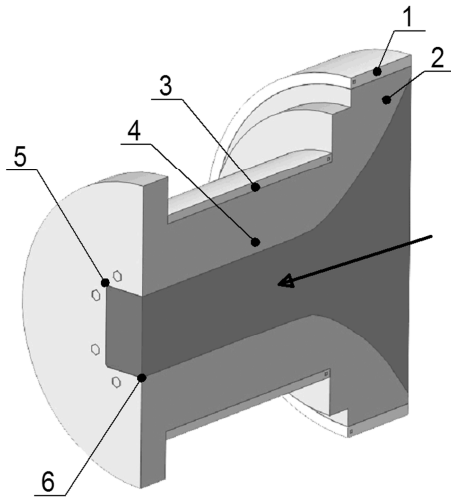
$$n \cdot v = v_{inlet}; \quad p = p_{inlet}; \quad T = T_{inlet}, \quad (5)$$

$$n \cdot \nabla p = 0; \quad n \cdot \nabla T = 0, \quad (6)$$

де n – зовнішня нормаль до поверхні вхідного й відхідного перерізу;

$$\bar{\Phi} = \Phi_{sh.stress}; \quad n \cdot (-\lambda(T) \nabla T) = \bar{\sigma} (T - T_p), \quad (7)$$

де $\Phi_{sh.stress}$ – тензор зсувних напружень, Па; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м · К); T_p – температура навколишнього середовища, К.



вхідна частина: 1 – індуктор, 2 – робоча поверхня; калібрувальна частина: 3 – індуктор, 4 – робоча поверхня; вихідний торець: 5 – кут, 6 – горизонтальна робоча поверхня; стрілка вказує напрям екструзії

Рис. 1 – Точки експериментального дослідження температур мундштука

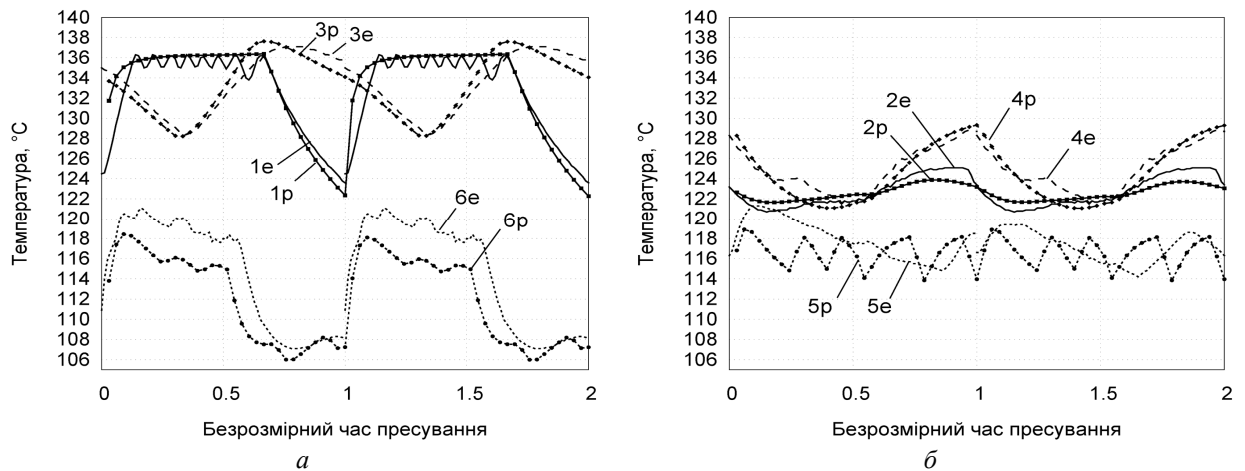
Для розв'язання задачі з мундштуком межові умови задають на поверхні контакту мундштука з доквіллям.

Для числової реалізації математичної моделі (1)–(7) використано відкритий програмний код OpenFOAM [8].

Перевірку адекватності розробленої числової моделі для розрахунків теплогідродинамічного стану обладнання для екструзування електродних заготовок виконували за допомогою експериментальних даних, одержаних на промисловому пресовому устаткуванні (рис. 1). Межові умови задавали на підставі цих же експериментальних даних.

Аналіз результатів (рис. 2) свідчить, що відмінність між розрахунковими та експериментальними даними по температурах в дослідних точках мундштука не перевищує 4 %, що є достатнім для інженерних розрахунків.

Висновки. Використовуючи наближення рідини Bingham-Papanastasiou для опису поведінки коксопекової суміші під час її пресування, розроблено математичну та числову моделі пресового інструмента для екструзування електродних заготовок. Здійснено верифікацію розробленої числової моделі за даними експериментальних досліджень та встановлено, що відмінність між розрахунковими та експериментальними значеннями температур мундштука не перевищує 4 %, що є прийнятним для інженерних розрахунків раціональних регламентів експлуатації пресового інструмента.



номери точок відповідають рис. 1, індекси e і p – експерименту й розрахунку

Рис. 2 – Порівняння зміння температури в контрольних точках мундштука з часом для двох послідовних кампаній

Перспективи подальших досліджень. Розроблення ресурсоенергозберігаючих регламентів пресового інструмента для екструзування електродних заготовок, що забезпечують вихід якісної продукції.

Список використаної літератури

1. Чалых Е. Ф. Технология и оборудование электродных и электроугольных предприятий / Е. Ф. Чалых. – М. : Металлургия, 1972. – 432 с.
2. Теоретические и экспериментальные исследования теплоэлектрического и механического состояния высокотемпературных агрегатов / А. Я. Карвацкий, Е. Н. Панов, С. В. Кутузов [и др.]. – К. : НТУУ «КПИ», 2012. – 358 с.
3. Vershinina E. P. Plastic properties of homogenized coke-pitch compositions / E. P. Vershinina, E. M. Gil'debrandt, V. K. Frizorger // Russian Journal of Non-Ferrous Metals. – 2011. – Vol. 52. – Issue 3. – P. 205–208.
4. Rheological behavior and thermal properties of pitch/poly(vinyl chloride) blends / S. R. Hlatshwayo, Focke, W. W. Walter, S. Ramjee, B. Rand, N. Manyala // Carbon. – 2013. – Vol. 51. – P. 64–71.
5. Huilgol R. R. Finite stopping time problems and rheometry of Bingham fluids / R. R. Huilgol, B. Mena, J. M. Piau // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2002. – Vol. 102. – P. 97–107.

6. *Papanastasiou T. C.* Flow of materials with yield / T. C. Papanastasiou // *J. Rheology*. – 1987. – Vol. 31. – P. 385–404.
 7. Cessation of Couette and Poiseuille flows of a Bingham plastic and finite stopping time / M. Chatzimina, G. C. Georgiou, I. Argyropaidas, E. Mitsoulis, R. R. Huilgol // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2005. – Vol. 129. – P. 117–127.
- The OpenFOAM Foundation*. – Режим доступу : <http://www.openfoam.org> (дата звернення 11.03.15)