

## АВТОМАТИЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

УДК 519.6

ГУТОВСЬКИЙ Д. В., ЖУЧЕНКО О. А.\*  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ ДЛЯ ЕФЕКТИВНИХ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

*Стаття розглядає проблему математичного моделювання процесів теплообміну з урахуванням великої кількості факторів, що впливають на ці процеси, та різноманіття методів математичного моделювання. У статті розглядається ідея розробки універсальної та гнучкої моделі, яка могла б швидко адаптуватися до різних початкових умов моделювання та враховувати різноманітні параметри для подальшого використання математичної моделі в синтезі автоматичних систем керування.*

*У роботі розглядаються основні аспекти математичного моделювання теплообміну та створення математичної моделі в розподілених параметрах теплообмінника з можливістю зміни властивостей та параметрів обладнання.*

*У роботі проводиться аналіз попередніх досліджень і виявляє проблеми існуючих методів математичного моделювання теплообміну, такі як недостатня універсальність, складність та недостатня точність. Далі стаття оглядає різні підходи до математичного моделювання теплообміну, такі як моделі з групою параметрів, моделі в розподілених параметрах та моделі на основі штучного інтелекту.*

*Стаття надає огляд методів реалізації моделей та їх переваги та недоліки. На основі цього аналізу, автори статті пропонують нову математичну модель теплообміну в розподілених параметрах, яка має бути універсальною, простою у використанні та точною відповідно до вимог синтезу автоматизованих систем керування. Автори також намічають методику роботи для досягнення цієї мети, яка включає в себе реалізацію геометрії теплообмінного апарату, реалізацію умов та проведення математичного моделювання, а також дослідження впливу параметрів та формування перехідних процесів.*

*Загальний висновок статті полягає в тому, що розроблена математична модель теплообміну може бути використана для синтезу автоматичних систем керування теплообмінними процесами в різних галузях промисловості.*

**Ключові слова:** математичне моделювання, теплообмін, температурні поля, перехідний режим

**DOI:** 10.20535/2617-9741.2.2024.307353

\*Corresponding author: azhuch@ukr.net

Received 22 May 2024; Accepted 19 June 2024

**Постановка проблеми.** Теплообмін відіграє важливу роль у багатьох промислових, технічних та природних процесах. Від належного функціонування систем теплообміну залежить ефективність енергозабезпечення, якість продукції та навколишнє середовище. Отже, розуміння та моделювання теплообміну є важливими науково-практичним завданням.

Однією з ключових проблем у цій області є необхідність розробки точних та надійних математичних моделей, які можуть бути використані при проектуванні та синтезу автоматичних систем керування. Це особливо важливо в контексті постійно змінюючихся умов виробництва та зміни вимог до автоматичних систем керування та їх енергоефективності.

Практичні застосування теплообміну охоплюють широкий спектр галузей, включаючи теплову енергетику, харчову промисловість, хімічне виробництво, автомобільну промисловість та багато інших. Отже, ефективне моделювання теплообміну є критично важливим для синтезу автоматичних систем керування даним технологічним процесом, відповідно конкурентоспроможності в цих секторах.

Зважаючи на велику кількість факторів, які впливають на процеси теплообміну, і на різноманіття способі математичного моделювання, необхідно розробити універсальну та відносно гнучку модель, яка б могла швидко адаптуватися до різних початкових умов та враховувати різноманітні параметри, та могла бути використана при подальшому синтезі автоматичної системи керування.

У даній роботі запропоновано розглянути основні аспекти математичного моделювання теплообміну, та створення математичної моделі в розподілених параметрах теплообмінника з можливістю зміни

властивостей та параметрів обладнання, та отримання математичної моделі в зручній формі для подальшого синтезу автоматичної системи керування даним технологічним процесом.

**Аналіз попередніх досліджень.** Загальною науковою проблемою у цій роботі є розробка універсальної та гнучкої математичної моделі теплообмінника в розподілених параметрах, що може бути використана для синтезу автоматичних систем керування (АСК) теплообмінними процесами в різних галузях промисловості.

Невирішеною частиною наукової проблеми є те, що існуючі методи математичного моделювання теплообміну мають ряд недоліків:

- Недостатня універсальність: багато моделей розроблені для особливостей специфік технологічних процесів і не можуть бути адаптовані до інших.
- Складність: деякі моделі занадто складні для практичного використання в автоматизованих системах керування.
- Недостатня точність: деякі моделі не дають достатньо точної відповідності експериментальним даним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій показує, що існує ряд підходів до математичного моделювання теплообміну.

#### 1. Моделі групи параметрів:

Ці моделі описують процес теплообміну за допомогою диференціальних рівнянь з групою параметрів. Перевагою цих моделей є простота та легкість реалізації. Недоліком є те, що вони не дають точного опису процесу теплообміну. Їх можна реалізувати за допомогою стандартних програмних пакетів для математичного моделювання, таких як MATLAB, Simulink, etc [1-5].

#### 2. Моделі в розподілених параметрах:

Ці моделі описують процес теплообміну за допомогою диференціальних рівнянь в частинних похідних. Перевагою цих моделей є те, що вони дають більш точний опис процесу теплообміну. Недоліком є те, що вони складніші для реалізації. Їх можна реалізувати за допомогою спеціальних програмних пакетів, таких як COMSOL Multiphysics, ANSYS Fluent, etc [6-7].

#### 3. Моделі на основі штучного інтелекту:

Ці моделі використовують штучний інтелект для прогнозування поведінки теплообмінника. Перевагою цих моделей є те, що вони можуть бути дуже точними. Недоліком є те, що вони складні для розробки та потребують великої кількості експериментальних даних для тренування. Їх можна реалізувати за допомогою спеціальних програмних пакетів, таких як TensorFlow, PyTorch, etc [8-9].

У цій роботі буде запропоновано нову математичну модель теплообмінника в розподілених параметрах, яка буде мати наступні переваги:

Універсальність: модель буде розроблена таким чином, щоб її можна було адаптувати до різних теплообмінних процесів.

Простота: модель може бути адаптована для використання та реалізації, відповідно до поставлених обмежень розрахункових можливостей.

Точність: модель буде давати точний опис процесу теплообміну, відповідно до поставлених критеріїв точності необхідних для подальшого застосування в автоматизованих системах керування.

**Метою** цієї роботи є розробка математичної моделі теплообміну з можливістю зміни параметрів та властивостей обладнання в розподілених параметрах. Модель буде створена з урахуванням потреб для подальшого використання в синтезі автоматичної системи керування в середовищі COMSOL Multiphysics.

Для досягнення даної мети необхідно вирішити ряд задач:

1. Реалізувати геометрію теплообмінного апарату, побудову сітки відповідно до умов математичного моделювання.
2. Завдання умов та проведення математичного моделювання.
3. Формування перехідних процесів технологічного процесу та полів досліджуваних технологічних параметрів.
4. Дослідження впливу параметрів: Вивчення впливу різних параметрів на ефективність теплообміну та визначення оптимальних значень для певних умов.
5. Валідація моделі: Проведення валідації розробленої моделі шляхом порівняння отриманих результатів з експериментальними даними або з результатами інших відомих математичних моделей.

**Виклад основного матеріалу.** Теплообмінник зазвичай має циліндричну форму порожнини, в якій нагрівається речовина. Ця порожнина радіусу  $r$  та висотою  $z$  характеризується площиною поперечного перетину порожнини  $S_n$  (округленнями у верхній та нижній частині конструкції теплообмінника для простоти можна знехтувати), а також висотою  $h$  стовпа речовини. У парову порожнину теплообмінника надходить повітря з температурою  $T_n = T_n(t)$  нагріте за рахунок утилізації тепла. Потік утилізаційного повітря на нагрів визначається витратою  $G_n$ , яка, в загальному випадку, також є функцією часу  $G_n = G_n(t)$ . На вхід теплообмінника надходить речовина з температурою  $T_{вх} = T_{вх}(r, z, t)$  та витратою  $G_{вх} = G_{вх}(t)$ .

З урахуванням зазначеного вище, запишемо рівняння матеріального та енергетичного (у вигляді рівняння динаміки температури) балансів для теплообмінника у диференціальній формі:

$$S_n \frac{\partial h(r, z, t)}{\partial t} = F_{ex}(t) - F_{en}(t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_{en}(r, z, t)}{\partial t} = -\frac{F_{ex}(t)}{S_n} \left[ \frac{\partial T_{en}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial T_{en}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r \alpha}{\rho C_p S_n} [T_n(t) - T_{en}(r, z, t)] \quad (2)$$

з початковими

$$F_{ex}(t)|_{t=0} = F_{ex0}, F_{en}(t)|_{t=0} = F_{en0}, \quad (3)$$

$$T_{ex}(r, z, t)|_{t=0} = T_{ex0}, T_{en}(r, z, t)|_{t=0} = T_{en0}$$

та граничними умовами

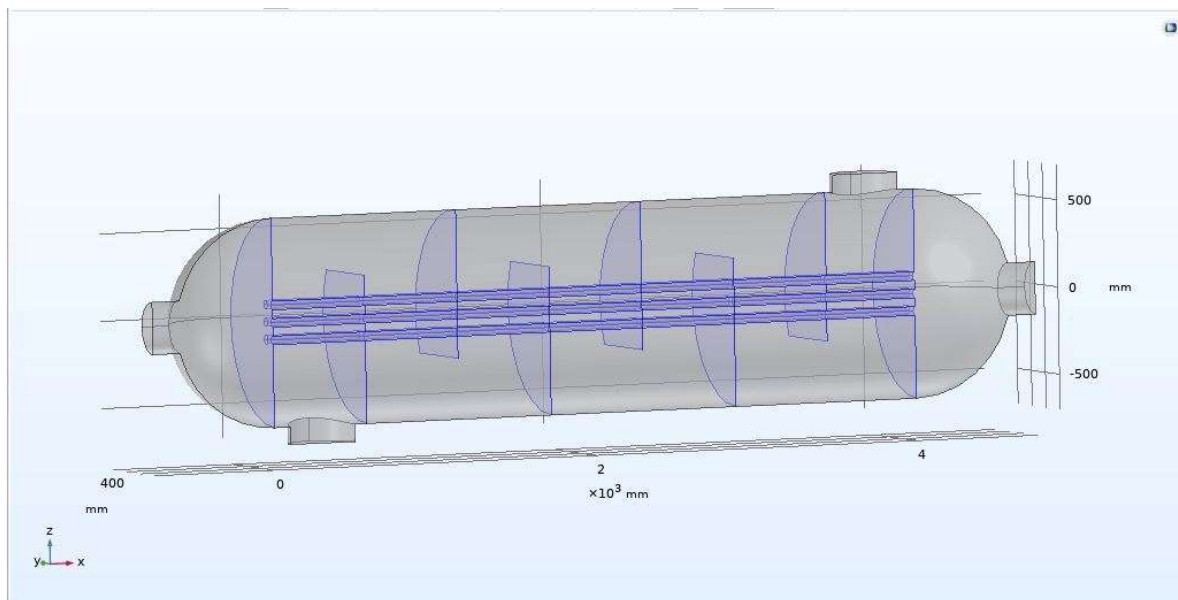
$$h(r, z, t)|_{z=0} = 0, T_{en}(r, z, t)|_{z=0} = T_{en}(r, 0, t), \quad (4)$$

$$h(r, z, t)|_{z=z_{max}} = z_{max}, T_{en}(r, z, t)|_{z=z_{max}} = T_{en}(r, z_{max}, t),$$

де  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\alpha$  – відповідно густина та теплоємність сирої нафти (середні значення), а також коефіцієнт теплопередачі від стінки парової порожнини до нагрівальної (технологічної) порожнини.

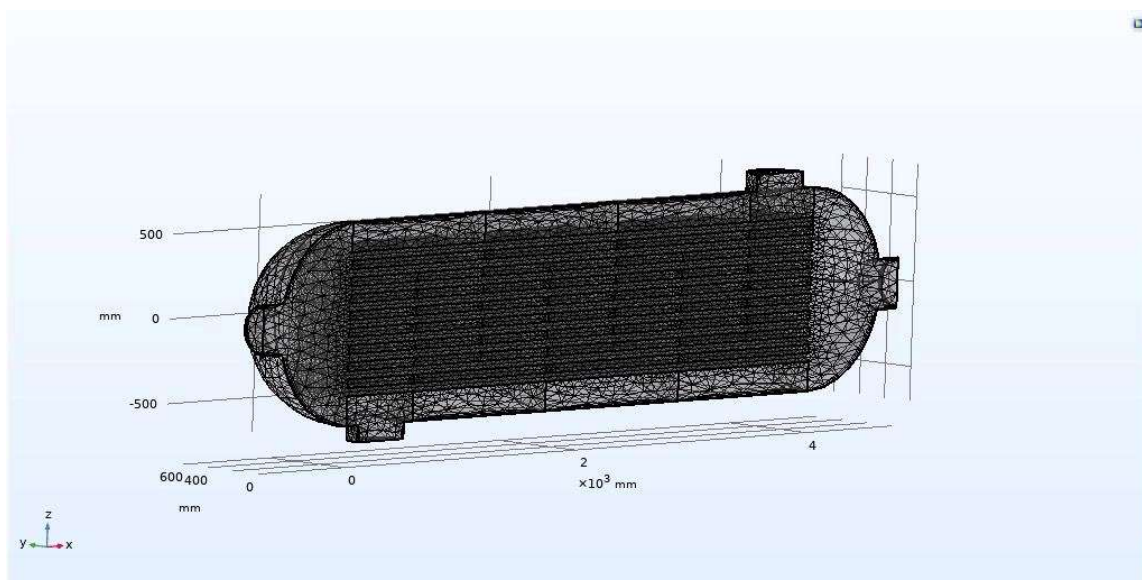
Рівняння (1) – (4) утворюють математичну модель (ММ) апаратів поверхневого теплообміну процесів перетворення первинних сирих вуглеводнів (ПШСВ). Причому, рівняння (1) та (2) являють собою рівняння динаміки, а (3) та (4) – відповідно задають початкові та граничні умови.

У якості середовища для математичного моделювання було використано Comsol Multifisics. На рисунку наведено геометричну модель теплообмінника, що моделюється.



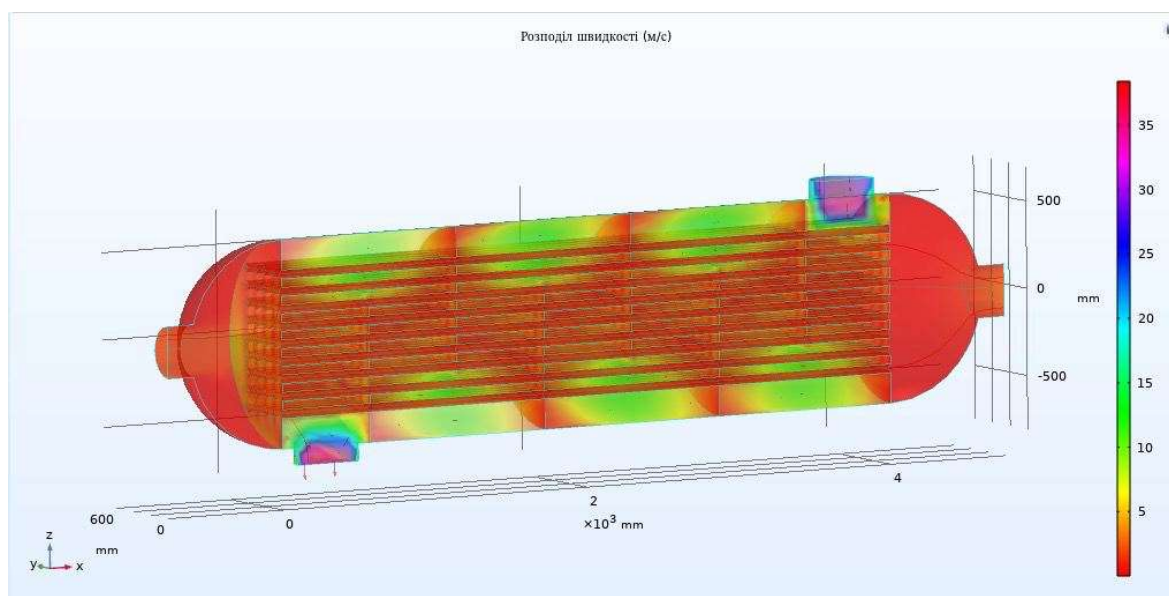
**Рис. 1 – Геометрична модель теплообмінника**

Розрахунок математичних моделей такого класу передбачає застосування досить складно математичного апарату, що у свою чергу обумовлює використання значних розрахункових можливостей. Формування сітки для розрахунку математичної моделі є важливим кроком, оскільки саме на цьому етапі формуються вимоги до потужностей розрахункових можливостей а від так часу моделювання, а також до точно рішення. На рисунку 2 наведено розбиття геометрія теплообмінника на елементарні об'єми, для подальшого їх розрахунку.



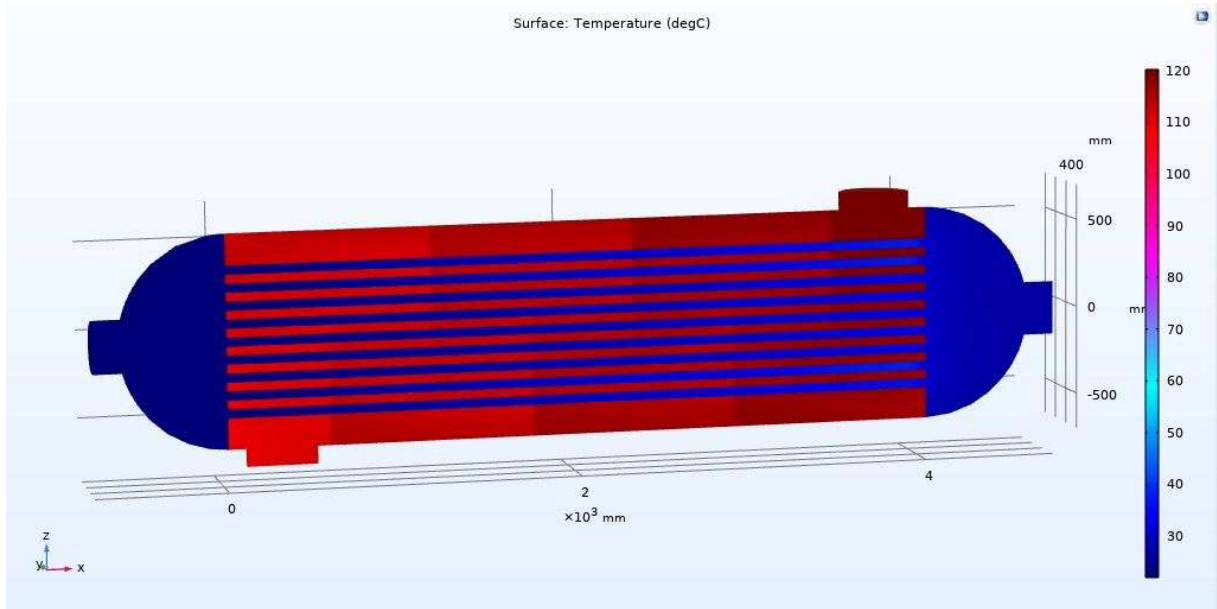
**Рис. 2 – Розбиття геометрії моделі**

В результаті моделювання запропонованого теплообмінника отримано поля розподілу таких технологічних параметрів як температура та витрати. На рисунку 3 зображено поле розподілу швидкостей по всій геометрії апарату, з рисунка можна чітко вичленили характерні зони даного технологічного об'єкту, зони що характеризуються значно низькими зонами витрат. Відповідно до результатів отримано максимальне значення витрати 35 м/с, а мінімальне 3 м/с.



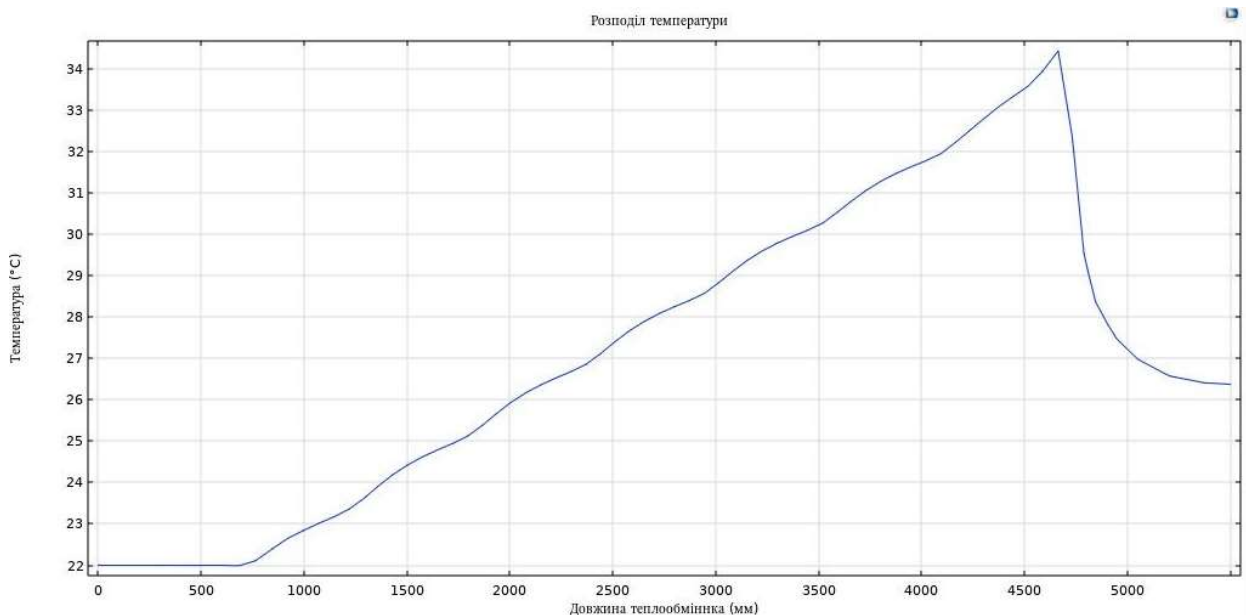
**Рис. 3 – Поле швидкості**

Результати моделювання температурного поля наведено на рисунку 4. З результатів прослідковується перепад температури по довжині апарату, що є цілком адекватним для апаратів даного типу. Мінімальна температура речовини що йде на підігрів концентрується на вході цього потоку, максимальна відповідна на виході, значення складають 30 та 40 °С. Максимальна температура теплоносія складає 120 °С, а мінімальна 100 °С, відповідно перепад температури теплоносія по всьому об'єму міжтрубного простору складає 20 °С.



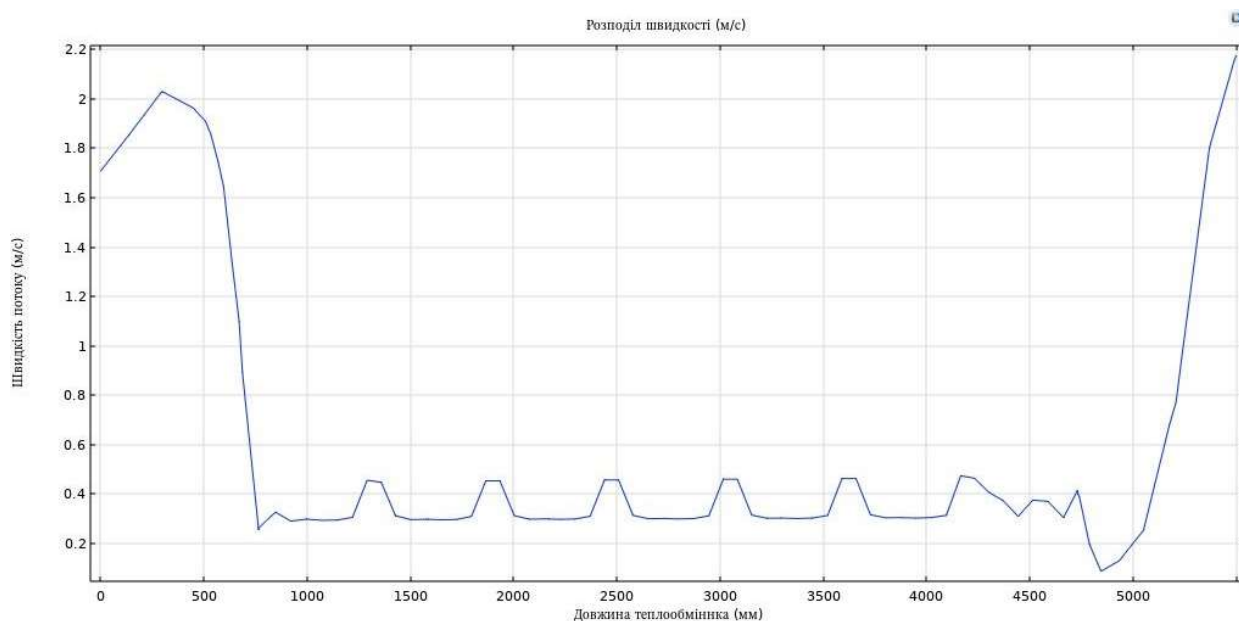
**Рис. 4 – Температурне поле**

На рисунку 5 наведено результати моделювання, що описують характер зміни температури речовини, що підігрівається вздовж теплообмінника.



**Рис. 5 – Графік зміни температури речовини вздовж теплообмінника**

На рисунку 6 наведено результати моделювання що описують характер зміни швидкості вздовж всього апарату. Пілопобні результати змін швидкості обумовлені особливостями геометрії даного апарату, тобто наявність перегородок що збільшують шлях проходження теплоагента, а відтак час теплообміну.



**Рис. 6 – Графік зміни швидкості речовини вздовж всього апарату**

**Висновки.** Стаття досліджує проблеми математичного моделювання теплообміну та розробляє універсальну та гнучку модель, яка може бути використана для синтезу автоматичних систем керування в різних галузях промисловості.

В статті проводиться аналіз попередніх досліджень, виявляються переваги та недоліки існуючих методів математичного моделювання теплообміну. Основна наукова проблема, що вирішується в цій роботі, - розробка моделі, яка б могла бути адаптована до різних теплообмінних процесів і забезпечувати точний опис цих процесів.

Авторами розроблялась математична модель теплообміну в розподілених параметрах з урахуванням потреб для подальшого використання в синтезі автоматичних систем керування. Дослідження проводиться за допомогою програмного забезпечення COMSOL Multiphysics. В результаті було описано можливість застосування даного програмного продукту, при розробці математичної моделі з заданими пороговими значеннями точності та розрахункових витрат на її обчислення. На основі результатів моделювання отримано поля розподілу температури та витрати, охарактеризовано особливі зони апарату що моделюється. В результаті аналізу результатів моделювання можна зробити висновки щодо ефективності моделі та її можливого використання в різних галузях промисловості.

#### **Список використаної літератури**

1. Taler, D. (2019). Mathematical Models of Heat Exchangers. In: Numerical Modelling and Experimental Testing of Heat Exchangers. Studies in Systems, Decision and Control, vol 161, pp. 321–337. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1_9)
2. Ciobotă, D.D. (2021). Mathematical Model for Calculating Heat Exchange. Y: International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) – 2021. Lecture Notes in Networks and Systems, vol. 305, pp. 56–78. Springer, Cham.
3. Taler, D. (2020). Mathematical Model of Heat Exchange for Non-stationary Mode, pp. 6-8. Springer.
4. Smith, J. R. (2019). Introduction to Heat Transfer Modeling, pp. 45-67. Springer. ISBN: 978-3-030-12345-6.
5. Gupta, A. K., & Singh, R. P. (2017). Heat Exchanger Design Handbook. CRC Press. ISBN: 978-1-4987-2975-7

6. Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2017). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Wiley. ISBN: 978-1-119-38755-9.
  7. Bejan, A., Kraus, A. D., & Turner, W. C. (2016). *Heat Transfer Handbook*. Wiley. ISBN: 978-1-118-23072-0.
  8. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep Learning*. MIT Press, pp. 210–232. ISBN: 978-0-262-03561-3.
  9. Chollet, F. (2017). *Deep Learning with Python*. Manning Publications, pp. 245–267. ISBN: 978-1-61729-443-3.
- 

**Dmytro Hutovskyi, Oleksii Zhuchenko**

## **MATHEMATICAL MODELING OF HEAT EXCHANGE FOR EFFICIENT AUTOMATED CONTROL SYSTEMS**

*The article deals with the problem of mathematical modeling of heat transfer processes, taking into account a large number of factors affecting these processes and a variety of mathematical modeling methods. The article discusses the idea of developing a universal and flexible model that could quickly adapt to different initial modeling conditions and take into account various parameters for further use of the mathematical model in the synthesis of automatic control systems.*

*The paper discusses the main aspects of mathematical modeling of heat transfer and the creation of a mathematical model in distributed heat exchanger parameters with the possibility of changing the properties and parameters of the equipment.*

*The paper analyzes previous studies and identifies the problems of existing methods of mathematical modeling of heat transfer, such as lack of versatility, complexity, and insufficient accuracy. The paper goes on to review different approaches to mathematical modeling of heat transfer, such as models with a group of parameters, models in distributed parameters, and models based on artificial intelligence.*

*The article provides an overview of model implementation methods and their advantages and disadvantages. Based on this analysis, the authors propose a new mathematical model of heat transfer in distributed parameters, which should be universal, easy to use, and accurate in accordance with the requirements of synthesizing automated control systems. The authors also outline the methodology for achieving this goal, which includes the implementation of the geometry of the heat exchanger, the implementation of conditions and mathematical modeling, as well as the study of the influence of parameters and the formation of transients.*

*The general conclusion of the article is that the developed mathematical model of heat transfer can be used to synthesize automatic control systems for heat exchange processes in various industries.*

**Keywords:** *mathematical modeling, heat transfer, temperature fields, transient mode*

### **References**

1. Taler, D. (2019). Mathematical Models of Heat Exchangers. In: *Numerical Modelling and Experimental Testing of Heat Exchangers*. Studies in Systems, Decision and Control, vol 161, pp. 321–337. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1_9)
2. Cioboată, D.D. (2021). Mathematical Model for Calculating Heat Exchange. Y: *International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) - 2021*. Lecture Notes in Networks and Systems, Vol. 305, pp. 56–78. Springer, Cham.
3. Taler, D. (2020). *Mathematical Model of Heat Exchange for Non-stationary Mode*, pp. 6-8. Springer.
4. Smith, J. R. (2019). *Introduction to Heat Transfer Modeling*, pp. 45–67. Springer. ISBN: 978-3-030-12345-6.
5. Gupta, A. K., & Singh, R. P. (2017). *Heat Exchanger Design Handbook*. CRC Press. ISBN: 978-1-4987-2975-7
6. Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2017). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Wiley. ISBN: 978-1-119-38755-9.
7. Bejan, A., Kraus, A. D., & Turner, W. C. (2016). *Heat Transfer Handbook*. Wiley. ISBN: 978-1-118-23072-0.
8. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep Learning*. MIT Press, pp. 210–232. ISBN: 978-0-262-03561-3.
9. Chollet, F. (2017). *Deep Learning with Python*. Manning Publications, pp. 245–267. ISBN: 978-1-61729-443-3.